

E10 Wechselstromwiderstände: Serienschwingkreis	
Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert.  
(Version: 16. Oktober 2021)

### Versuchsziel und Versuchsmethode:

1.) Wie sieht der zeitliche Strom- und Spannungsverlauf bzw. deren gegenseitige Phasenverschiebung beim Kondensator bzw. bei der Spule aus? Skizzieren Sie dies sowohl in einem  $I(t)$  bzw.  $U(t)$ -Diagramm, als auch in einem Zeigerdiagramm.

2.) Wie hängt der Blindwiderstand eines Kondensators bzw. einer Spule von der Frequenz des Wechselstroms ab? Überzeugen Sie sich, dass die Ausdrücke im Grenzfall  $\omega \rightarrow 0$  auch den Fall für Gleichstrom widerspiegeln.

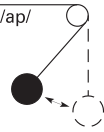
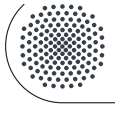
3.) Zeichnen und vergleichen Sie in einem Zeigerdiagramm Wechselstromwiderstände von verlustfreien und verlustbehafteten Serienschwingkreisen! Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

4.) Wie groß ist die Impedanz eines verlustfreien Serien- bzw. Parallelschwingkreises bei der Resonanzfrequenz?

5.) Wie lautet die Abgleichbedingung für eine Wheatstonesche Brücke? Skizzieren Sie die Schaltung und notieren den Ausdruck.

6.) Was versteht man beim Oszilloskop unter Triggerung?

7.) *Nur Physiker:* Berechnen Sie die Resonanzfrequenz eines Serien- und eines Parallelschwingkreises, der jeweils aus einem nicht vernachlässigbaren ohmschen Widerstand, einer Kapazität und einer Induktivität besteht.



## E Elektrizitätslehre

### E10 Wechselstromwiderstände: Serienschwingkreis

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

- [1] *Kapitel 5* Elektrotechnische Anwendungen. In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book
- [2] *Kapitel 26* Wechselstromkreise. In: TIPLER, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book
- [3] *Kapitel 6* Elektromagnetische Schwingungen und die Entstehung elektromagnetischer Wellen. In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book
- [4] *Kapitel 22* Elektrischer Strom: Gleichstromkreise. In: TIPLER, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book
- [5] *Kapitel 2* Der elektrische Strom. In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book
- [6] *Kapitel 21*. Messung zeitabhängiger Spannungen. In: EICHLER, H.-J.: *Das neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer, 2016. – E-Book

#### Stichworte

Phasenverschiebung [1, 2], komplexe Darstellung von Wechselstromgrößen [1, 2]: Scheinwiderstand, Blindwiderstand, Wirkwiderstand; Zeigerdiagramm [1, 2], Parallel- und Serienschaltung [3, 4], Spannungsteilung [5], Wheatstonesche Brücke [5]: Brückenabgleich; Funktion und Bedienung eines Oszilloskops [6]

#### Grundlagen

##### Komplexe Wechselstromwiderstände

Bei induktiven und kapazitiven Blindwiderständen lässt sich eine Beziehung zwischen Spannung und Strom mit Hilfe zeitlicher Ableitungen ausdrücken:

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt} = LI \quad (\text{E10-1})$$

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt} = C\dot{U} \quad (\text{E10-2})$$

Da in Wechselstromkreisen nicht nur Amplituden-, sondern auch Phasenänderungen auftreten können, ist die Darstellung in komplexer Schreibweise sehr vorteilhaft. Unter Zuhilfenahme der Eulerschen Formel

$$\cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi} \quad (\text{E10-3})$$

erhalten wir für einen Wechselstrom der Kreisfrequenz  $\omega$ :

$$I(t) = I_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{E10-4})$$

Die imaginäre Einheit  $i$  (Def.:  $i^2 = -1$ ) wird - um Verwechslungen mit dem Formelzeichen für den Strom zu vermeiden - in der Elektrotechnik häufig  $j$  genannt.

Setzt man diesen Strom in Gl. (E10-1) ein, so ergibt sich für die Spannung an der Spule:

$$U = L\dot{I} = \underbrace{i\omega L}_{Z_L} \cdot I \quad (\text{E10-5})$$

Da die Form  $U = Z_L \cdot I$  der des ohmschen Gesetzes  $U = R \cdot I$  gleicht, nennt man  $Z_L = i\omega L$  die *Impedanz* oder den *komplexen Wechselstromwiderstand* der Induktivität  $L$ .

Was der komplexe Widerstand physikalisch bedeutet, zeigt sich, wenn man die Eulersche Formel für  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  umformuliert

$$i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

und in Gl. (E10-5) einsetzt:

$$U = i \cdot \underbrace{\omega L}_{X_L} \cdot I = e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \omega L \cdot I_0 e^{i\omega t} = \underbrace{\omega L}_{X_L} \cdot I_0 e^{i(\omega t + \Phi)}, \quad \text{mit} \quad \Phi = \frac{\pi}{2} \quad (\text{E10-6})$$

Hierbei nennt man  $X_L$  den **Blindwiderstand** und  $\Phi$  die **Phasenverschiebung** zwischen Spannung und Strom; die Spannung eilt dem Strom um  $\Phi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$  voraus.

Kapazitäten lassen sich ganz analog behandeln. Hierzu setzt man eine Spannung der Form:  $U = U_0 \exp(i\omega t)$  an. Aus Gl. (E10-2) errechnet sich der zugehörige Strom zu  $I = C\dot{U} = i\omega CU$ . Der komplexe Widerstand wird damit zu:

$$Z_C = \frac{U}{I} = \frac{U}{i\omega CU} = \frac{1}{i\omega C} = -i \frac{1}{\omega C} \quad (\text{E10-7})$$

Bestimmt man die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom, so ergibt sich  $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ ; die Spannung hinkt dem Strom nach.

Man erkennt an den Gln. (E10-5) und (E10-7) den Vorteil der komplexen Darstellung ( $Z_L = i\omega L$ ,  $Z_C = -i\frac{1}{\omega C}$ ): Der komplexe Widerstand beschreibt die Phasenverschiebung richtig, läßt sich aber wie ein algebraischer Faktor schreiben. Dadurch lassen sich die Kirchhoffschen Gesetze auf Induktivitäten und Kapazitäten verallgemeinern.

Den komplexen Widerstand nennt man auch *Scheinwiderstand*. Sein Realteil, der die Komponente der Spannung angibt, die mit dem Strom phasengleich ist, heißt *Wirkwiderstand*, sein Imaginärteil *Blindwiderstand*. Als *ohmsche Widerstände* bezeichnet man solche, bei denen Spannung und Strom in Phase sind. Sie sind rein reell.

### Leitwert

Der Leitwert  $Y$  ist als reziproker Widerstand definiert. Somit wird aus dem komplexen Wechselstromwiderstand der Induktivität der Leitwert  $Y_L = 1/(j\omega L)$ , aus dem der Kapazität  $Y_C = j\omega C$ .

### Das RC-Glied

Unter einem RC-Glied versteht man eine Kombination aus Ohmschem Widerstand und kapazitivem Widerstand. Bei Hintereinanderschaltung nennt man die Widerstandskombination ein Reihen-RC-Glied.

Der komplexe, frequenzabhängige Wechselstromwiderstand eines solchen Reihen-RC-Gliedes lautet

$$Z_x = R_\Omega + \frac{1}{i\omega C} \quad (\text{E10-8})$$

und wird durch das Ersatzschaltbild in Abb. E10-1 dargestellt.

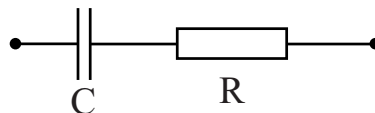


Abb. E10-1: Reihen-RC-Glied

Für das Parallel-RC-Glied mit dem Ersatzschaltbild (Abb. E10-2) gilt entsprechend (mit dem Leitwert  $Y = 1/Z$ ):

$$Y_x = \frac{1}{R_\Omega} + i\omega C \quad (\text{E10-9})$$

### Serienschwingkreis

Ein Schwingkreis entsteht durch Kopplung von Kondensator und Spule: Eingespeicherte Energie „pendelt“ periodisch zwischen dem elektrischen Feld (Kondensator) und dem magnetischen Feld (Spule). Analog zu dem eben erläuterten RC-Glied versteht man unter

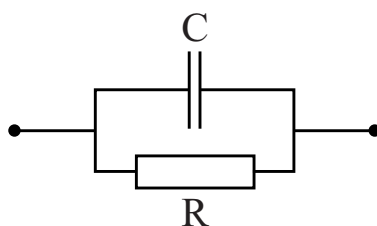


Abb. E10-2: Parallel-RC-Glied

einem Serienschwingkreis die Anordnung von L und C in Reihe, unter einem Parallelschwingkreis die Parallelschaltung von L und C. Sofern noch ein ohmscher Widerstand vorhanden ist, beträgt der Scheinwiderstand bei Serienschaltung

$$Z = R_{\Omega} + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L \quad (\text{E10-10})$$

Z strebt also sowohl für kleine als auch für große Frequenzen gegen unendlich, dazwischen gibt es ein Minimum bei der Resonanzfrequenz  $\omega_{Res}$ .

### Messung von Wechselstromwiderständen

Zur Messung eines Wechselstromwiderstandes bzw. seines Kehrwertes, des Wechselstromleitwertes, müssen sein Real- und sein Imaginärteil bestimmt werden. Diese zwei Größen ergeben für jede Messfrequenz  $\omega$  einen Punkt der sog. „Ortskurve“ des Wechselstromwiderstandes bzw. -leitwertes in der komplexen Ebene.

Die Messung von Wechselstromwiderständen bzw. -leitwerten wird häufig in Brückenschaltungen durchgeführt.

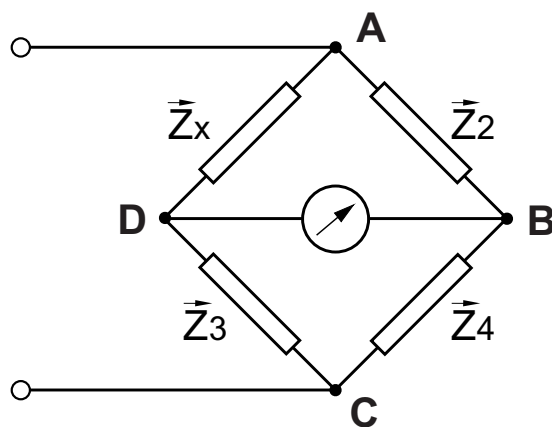


Abb. E10-3: Brückenschaltung zur Messung von Wechselstromwiderständen

Bei der Wheatstoneschen Brücke (Abb. E10-3) wird eine Kompensationsmethode mit Normalwiderständen und Normalkapazitäten oder -induktivitäten angewandt. Ist der Nullzweig der Brücke stromlos (d.h. Punkt B und D liegen auf gleichem Potential), so sind

Realteil **und** Imaginärteil kompensiert. Vorteil dieser Schaltung ist, dass der Innenwiderstand des Messinstruments keine Rolle spielt.

Unter Anwendung der Kirchhoffschen Regeln erhält man als Abgleichbedingung

$$\frac{Z_x}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \quad (\text{E10-11})$$

Das gilt für Gleich- und Wechselstromwiderstände!

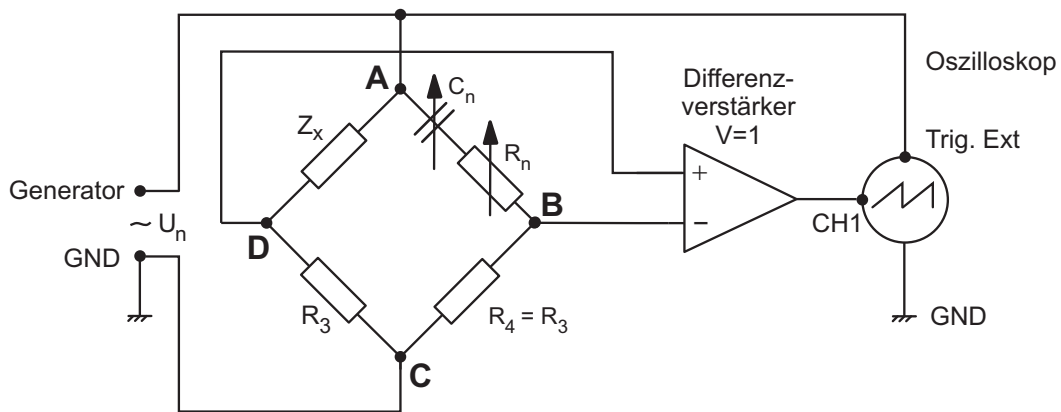


Abb. E10-4: Brückenschaltung zur Messung bei  $\omega < \omega_{Res}$

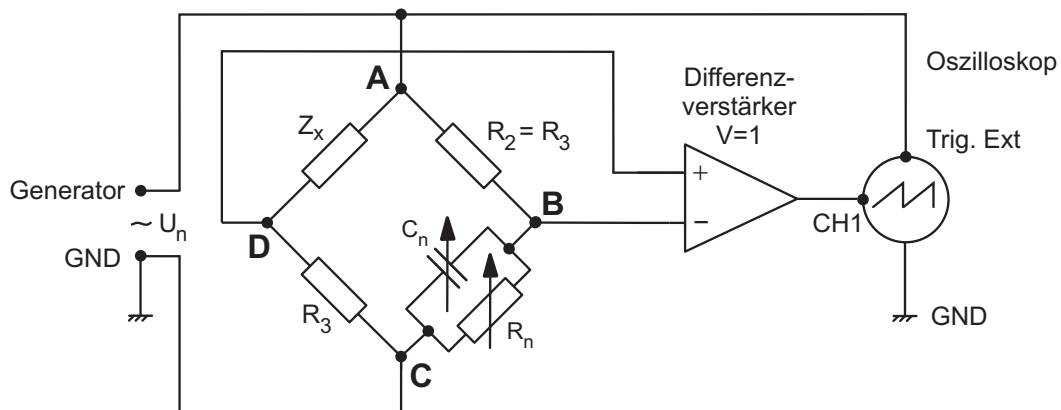


Abb. E10-5: Brückenschaltung zur Messung bei  $\omega > \omega_{Res}$

$U_n$	Frequenzgenerator
$C_n$	Stufenkondensator 40 pF - 1,2 $\mu$ F
$R_n$	Widerstandsdekaden
V	Differenzverstärker
$R_2, R_3, R_4$	4,7 k $\Omega$
$Z_x$	zu messender komplexer Widerstand

## Messprogramm

Bestimmung des komplexen Widerstands  $Z_x$  eines Serienschwingkreises in Abhängigkeit von der Frequenz im Bereich von 0,2 kHz bis etwa 8 kHz.

### 1. Grobe Bestimmung der Resonanzfrequenz

Bauen Sie die Schaltung nach Abb. E10-4 auf und lassen Sie sie vom Assistenten prüfen.

Da die Resonanzfrequenz noch nicht bekannt ist, bestimmen wir diese grob in einem Vorexperiment, bei dem wir die Spannung am Serienschwingkreis auf dem Oszilloskop beobachten und die Generatorfrequenz variieren. Überbrücken Sie dazu  $C_n$  und  $R_n$  durch eine Leitungsverbindung von Punkt A nach B. OUT LEVEL des Generators auf Maximum stellen.

### 2. Bestimmung mittels Brückenabgleich

Entfernen Sie die Leitungsbrücke zwischen Punkt A und B und führen Sie nun für Frequenzen von 0,2 kHz bis 8 kHz den Abgleich durch. Wählen Sie jeweils 10 Frequenzen über und unter der grob bestimmten Resonanzfrequenz und notieren Sie bei jeder eingestellten Frequenz die ermittelten  $C_n$  und  $R_n$ -Werte. Legen Sie nahe der Resonanzfrequenz die Messpunkte etwas dichter, um die Resonanzstelle genau abzubilden. Vergessen Sie nicht, nach Erreichen der Resonanzfrequenz die Schaltung umzubauen (Abb. E10-5). Warum ist dies nötig? Im Protokoll erläutern!

## Hinweise

- Machen Sie sich klar, dass nach Überbrücken von Punkt A und B die an den Punkten A und C eingespeiste Spannung im Verhältnis  $\frac{Z_x}{R_3}$  geteilt wird und deshalb die Spannung an  $Z_x$  bei der Resonanzfrequenz ein Minimum hat.
- Variieren Sie für den genauen Abgleich **abwechselnd** und in kleinen Schritten den  $C_n$  bzw. den  $R_n$ -Wert solange, bis das Signal (Pk-Pk-Value) minimal wird. Als **letzter** Schritt des Abgleichs wird die Frequenz am Drehknopf **FINE** geringfügig variiert, bis die Spannung ein absolutes Minimum hat. Sie können die Cursor-Funktion verwenden, um sich währenddessen Markierungen zu setzen.
- Damit das Signal am Oszilloskopbildschirm immer optimal dargestellt wird, passen Sie den Messbereich entsprechend an.
- Benutzen Sie als Triggerquelle nicht das Messsignal (CH1), sondern das Generatorsignal (s. Schaltbild). Wählen Sie dazu im Menü des Oszilloskops als **Triggerquelle: Extern**. Achtung: AutoSet stellt die Triggerquelle immer auf CH1 zurück!
- Die Messanordnung ist - insbesondere bei höheren Frequenzen - empfindlich gegen äußere Einflüsse. Dies kann minimiert werden durch die Verwendung von möglichst kurzen Leitungen und durch Verbinden der Gehäuse der beiden Dekaden und des Differenzverstärkers mit dem Massepotential des Generators. Dadurch wird das In-



nerer der Geräte vor elektrischen Feldern abgeschirmt.

- Um das Rauschen des Signals bei kleinen Amplituden zu minimieren, kann über die Oszilloskop-Funktion Acquire → Mittelwert ein Mittelwert (z.B. über 4 Messungen) gebildet werden.
- Oszilloskope messen Spannungen immer in Bezug auf das sog. Massepotential, das mit dem Schutzkontakt des Netzsteckers verbunden ist (engl. ground, GND). Die Ausgangsspannung des Generators ist ebenfalls die Differenz zum Massepotential (GND), das mit Punkt C der Wheatstone-Brücke verbunden ist. Die Spannungsdifferenz zwischen Punkt B und D kann nun nicht direkt mit dem Oszilloskop gemessen werden, weil hierzu - je nach Anschlussweise - entweder Punkt B oder D über die Messleitung zum Oszilloskop mit Masse verbunden werden müsste und somit einen Kurzschluss über  $R_4$  oder  $R_3$  verursachen würde.

Dieses Problem wird umgangen durch den Einsatz eines sog. Differenzverstärkers mit Verstärkungsfaktor  $V = 1$ , der unabhängig von der absoluten Potentiallage nur Spannungsdifferenzen zwischen seinen beiden Eingängen verstärkt und als Spannungswert bzgl. Masse wieder ausgibt. Das Ausgangssignal wird über eine Koaxialleitung (Kabel mit konzentrisch angeordnetem Innen- und Außenleiter) dem Oszilloskop zugeführt.

## Auswertung

- a) Für die erste Schaltung gilt mit den Bezeichnungen von Abb. E10-3 nach Gl. (E10-8)

$$Z_2 = R_n + \frac{1}{i\omega C_n} \quad (\text{E10-12})$$

Außerdem ist hier:

$$Z_3 = R_3 \quad \text{und} \quad Z_4 = R_4 = R_3$$

Für die zweite Schaltung ist nach Gl. (E10-9)

$$Z_4 = \frac{1}{\frac{1}{R_n} + i\omega C_n} \quad (\text{E10-13})$$

Weiterhin gilt:

$$Z_2 = R_2 \quad \text{und} \quad Z_3 = R_3 = R_2$$

Man setzt diese Ausdrücke in Gl. (E10-11) ein und löst nach  $\text{Re}(Z_x)$  und  $\text{Im}(Z_x)$  auf.

- b) Aus dem gemessenen Realteil  $\text{Re}(Z_x)$  und Imaginärteil  $\text{Im}(Z_x)$  sind Betrag und Phase von  $Z_x$  auszurechnen. Für den Betrag gilt nach den Rechenregeln für komplexe Zahlen

$$|Z_x| = \sqrt{[\text{Re}(Z_x)]^2 + [\text{Im}(Z_x)]^2} \quad (\text{E10-14})$$

und für die Phase

$$\Phi = \arctan \frac{\operatorname{Im}(Z_x)}{\operatorname{Re}(Z_x)} \quad (\text{E10-15})$$

- c)  $|Z_x|$  und Phasenverschiebung  $\Phi$  sind über einer logarithmischen Frequenzskala aufzuzeichnen; dieser Darstellung wird die Resonanzfrequenz entnommen und mit einer qualitativen Fehlerabschätzung angegeben.

**Physiker:** Die Resonanzfrequenz wird aus Fitfunktionen an  $|Z_x|$  und  $\Phi$  gewonnen.