

<b>O14 Optische Abbildung mit Linsen</b>	
Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert.  
(Version: 7. Januar 2026)

### Versuchsziel und Versuchsmethode:

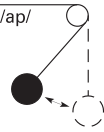
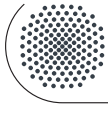
- 1.) Was bedeutet der Brechungsindex?
- 2.) Warum wird paralleles Licht nach Durchlaufen einer bikonvexen Linse fokussiert? Zeichnen Sie den genauen Verlauf ausgewählter Strahlen.
- 3.) Zeichnen Sie den Strahlengang zur Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse durch Autokollimation (Versuch 1).

4.) Wie hängt die Brennweite einer Linse von den Krümmungsradien ihrer brechenden (Kugel-) Flächen und vom Brechungsindex ab?

5.) Eine punktförmige Lichtquelle befindet sich im senkrechten Abstand  $a$  zur optischen Achse in der Brennebene einer Sammellinse. Beschreiben Sie das Lichtbündel hinter der Linse. Fertigen Sie eine Skizze an.

6.) Eine ausgedehnte Lichtquelle, z.B. eine Leuchtstoffröhre, stehe in der Brennebene einer Sammellinse. Hat das Strahlenbündel nach Durchlaufen der Linse einen konstanten Querschnitt („Parallelstrahl“)? Fertigen Sie zur Begründung eine Skizze an.

7.) Erläutern Sie, ob es sich beim letzten Versuchsaufbau um ein Mikroskop handelt oder nicht.



## O Optik

### O14 Optische Abbildung mit Linsen

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

- [1] *Kapitel 10 Geometrische Optik.* In: MESCHÉDE, D.: *Gerthsen Physik*. Springer, 2010. – E-Book
- [2] *Kapitel 9 Geometrische Optik.* In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book
- [3] *Kapitel 9.5 Linsen.* In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book
- [4] *Kapitel 6.2 Abbildungen mit Linsen.* In: HEINTZE, Joachim: *Lehrbuch zur Experimentalphysik Band 4: Wellen und Optik*. Springer Spektrum, 2017. – E-Book
- [5] *Kapitel 11.1 Das Auge und 11.2 Die Lupe.* In: DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. Springer, 2013. – E-Book

#### Stichworte

Geometrische Optik [1, 2], Brechungsindex [1, 2], Brechungsgesetz [1, 2], Abbildungsgleichungen [3], Bildkonstruktion [4], Vergrößerung [3], Sehwinkel [5], reelles und virtuelles Bild [4], Linsenfehler [3], Linsenformen und deren Bezeichnung [4], Dispersion [1, 2],

### Theoretische Grundlagen

Eine ideale optische Abbildung führt Punkte wieder in Punkte, Geraden in Geraden und Ebenen in Ebenen über. Diese sogenannte kollineare Abbildung lässt sich durch Einführen von Hauptpunkten, Hauptebenen, Brennpunkten und Brennebenen eindeutig kennzeichnen und theoretisch berechnen. Die genannten Begriffe sind unabhängig von einer physikalischen Realisierung z. B. mit Linsen oder Spiegeln definiert, jedoch lassen sich kollineare Abbildungen mit Linsen näherungsweise erzeugen. Im Versuch lernen wir grundsätzliche Prinzipien und mögliche Fehlerquellen kennen.

Für dünne Linsen und achsennahe Strahlen beschreibt die Abbildungsgleichung (Linsenformel)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (\text{O14-1})$$

$f$  = Brennweite,  $g$  = Gegenstandsweite,  $b$  = Bildweite

die Geometrie der Abbildung, wenn auf Gegenstands- und Bildseite dasselbe Medium (z. B. Luft) vorhanden ist.

Obwohl Licht eine elektromagnetische Welle ist, kann zur Bestimmung der Abbildungsverhältnisse der Strahlengang meist rein geometrisch konstruiert werden. An seine Grenzen stößt dieses Verfahren erst, wenn Strukturen in die Dimension der Wellenlänge des Lichts kommen: Dann müssen Beugungsphänomene berücksichtigt werden. Die Strahlenoptik ist besonders dann von Vorteil, wenn man komplizierte Linsensysteme vorliegen hat. Dabei verfährt man so, dass man von einem Punkt des Gegenstandes zwei verschiedene Strahlen ausgehen lässt und deren Wege verfolgt, bis sie sich wieder schneiden. Der Schnittpunkt gibt dann den Bildpunkt  $B$  des entsprechenden Gegenstandspunktes  $G$  an. Zur Konstruktion benutzt man i.a. zwei ausgewählte Strahlen, deren Eigenschaften bekannt sind, z. B.: ein Strahl durch den Mittelpunkt der Linse wird nicht gebrochen, ein Strahl durch einen Brennpunkt  $f$  der Linse geht in einen Parallelstrahl über (parallel zur optischen Achse) und umgekehrt. Für dünne, symmetrische Linsen ist die Hauptebene  $H$  für die geometrische Konstruktion in deren Mitte zu legen (Abb. O14-1). Für dicke Linsen oder Linsensysteme sind die Verhältnisse komplexer, hier werden zwei Hauptebenen eingeführt, um eine einfache geometrische Konstruktion zu ermöglichen. Wir beschränken uns hier jedoch auf den Fall dünner Linsen.

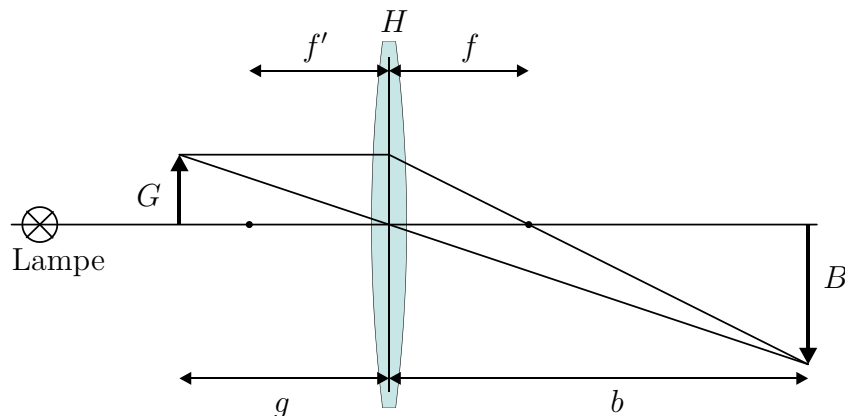


Abb. O14-1: Strahlengang einer bikonvexen dünnen Linse.

### Messung der Brennweite von Linsen

Bei der Bestimmung der Brennweite  $f$  einer Linse kann sich als Problem herausstellen, dass z. B. bei Linsen mit verschiedenen Krümmungsradien nicht klar ist, wo die Hauptebe-

ne liegt. Daher ist nicht klar, von wo aus die Gegenstands-, Bild- oder Brennweite zu messen ist. Man hat sich deshalb Verfahren ausgedacht, die dieses Problem umgehen.

### Autokollimation

Unter **Autokollimation** versteht man eine Abbildung, bei der ein Gegenstand wieder in der Gegenstandsebene, also auf sich selbst, abgebildet wird.

Man bringt dazu hinter der Linse einen ebenen Spiegel senkrecht zur optischen Achse an und verschiebt den Gegenstand solange, bis das Bild des Gegenstands in der Gegenstandsebene scharf und gleich groß erscheint. Dann befindet sich der Gegenstand in der Brennebene der Linse. Alle von einem Punkt des Gegenstandes ausgehenden Lichtstrahlen verlaufen nach der Linse parallel zueinander, werden reflektiert und in der Brennebene wieder zu einem Punkt vereinigt. Punkte **oberhalb** der optischen Achse werden so auf einen symmetrisch liegenden Punkt **unterhalb** der optischen Achse abgebildet. Als Gegenstand dient deshalb ein Dia, dessen eine Hälfte mit weißer Pappe abgedeckt ist. Befindet sich dieses Dia genau im Abstand der Brennweite  $f$  von der Linse, dann erhält man nach Reflexion der Strahlen am Spiegel auf der unteren abgedeckten Diahälfte ein scharfes, mit dem Raster der oberen Diahälfte identisches Bild. **Verständnisfrage:** Kommt es darauf an, dass der Spiegel vor, in oder außerhalb der Brennweite der Linse steht? Begründung!

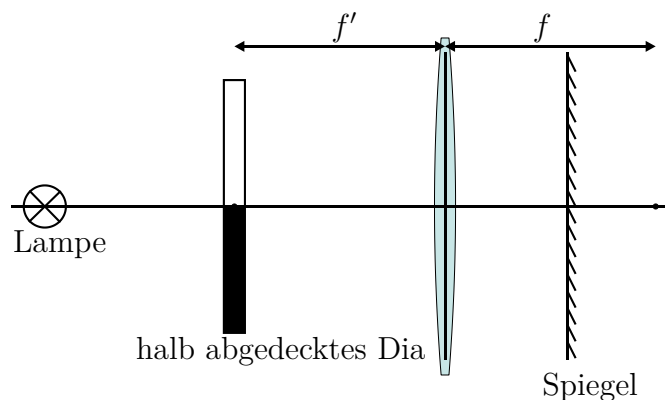


Abb. O14-2: Versuchsaufbau zur Autokollimation.

Da die Lage der Hauptebene(n) nicht bekannt ist und - je nach Form der Linse - nicht zwingend in der Linsenmitte liegt, wird zunächst der Abstand zwischen dem Gegenstand und der Ablesemarke am Linsenhalter (Reiter) gemessen. Nun wird die Linse im Linsenhalter um 180 Grad gedreht, der Gegenstand erneut auf scharfe Abbildung justiert und wiederum der Abstand zu derselben Marke gemessen! Der Mittelwert beider Messungen entspricht (bei dünnen Linsen) der Brennweite.

## Abbe-Verfahren

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Brennweite ist das **Abbe-Verfahren**. Man bestimmt die Brennweite aus dem Abbildungsmaßstab  $\beta = \frac{\text{Bildgröße } B}{\text{Gegenstandsgröße } G}$  bei zwei deutlich verschiedenen Gegenstandsweiten.

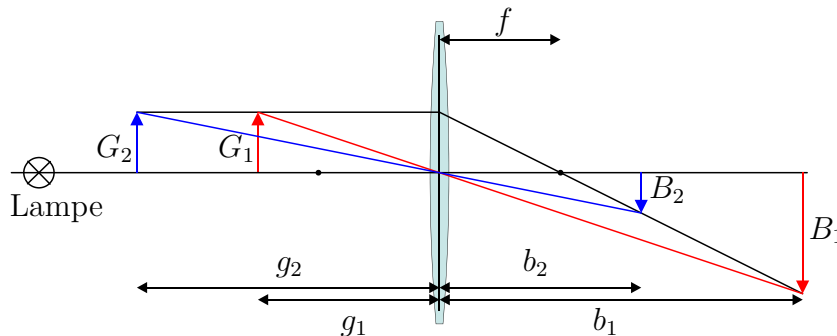


Abb. O14-3: Versuchsaufbau zum Abbe-Verfahren.

Ist  $a$  die Differenz zweier Gegenstandsweiten  $g_2 - g_1$  und sind  $\beta_1$  und  $\beta_2$  die zugehörigen Abbildungsmaßstäbe, so gilt:

$$f = a \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 - \beta_2} \quad (\text{O14-2})$$

Gleichung (O14-2) lässt sich wie folgt ableiten: Nach der Abbildungsgleichung (O14-1) ist für zwei verschiedene Stellungen 1 und 2 von Objekt, Linse und Bild:

$$g_1 = f \left( 1 + \frac{g_1}{b_1} \right) \quad ; \quad g_2 = f \left( 1 + \frac{g_2}{b_2} \right) \quad (\text{O14-3})$$

und durch Subtraktion erhält man für  $f$ :

$$f = \frac{g_2 - g_1}{\frac{g_2}{b_2} - \frac{g_1}{b_1}} \quad (\text{O14-4})$$

Nach dem Strahlensatz gilt:  $\frac{b}{g} = \frac{B}{G}$  und damit lässt sich  $\frac{b}{g}$  durch  $\beta$  ersetzen, wodurch man schließlich Gl. (O14-2) erhält.

## Bessel-Verfahren

Zur Messung der Brennweite einer Linse kann auch das **Bessel-Verfahren** benutzt werden.

Ist die gegebene feste Entfernung  $d$  zwischen Gegenstand und Bild größer als  $4f$ , so erhält man für 2 verschiedene Stellungen der Linse ein scharfes Bild. Diese beiden Linsenorte I und II liegen symmetrisch zur Mitte von  $d$ . Die Differenz zwischen den beiden

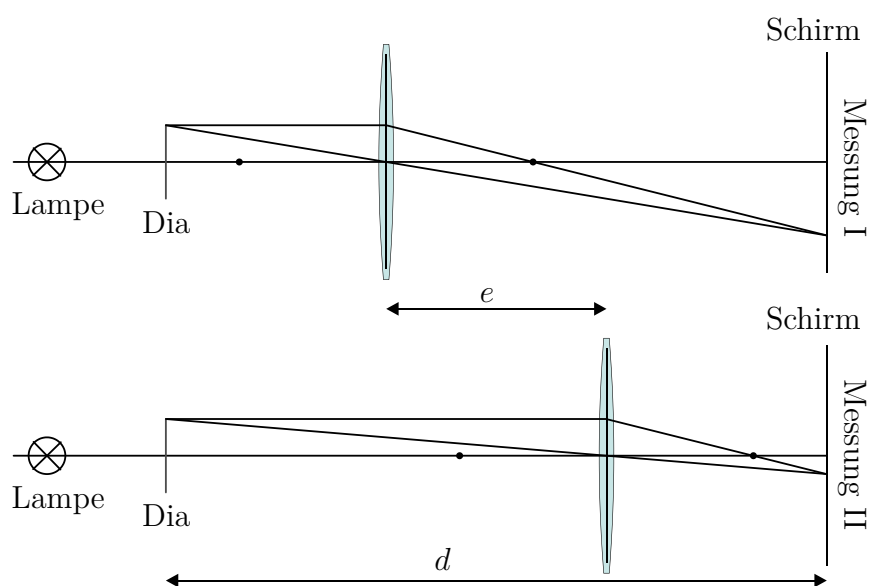


Abb. O14-4: Versuchsaufbau zum Bessel-Verfahren.

Linsenstellungen sei  $e$  (Abb. O14-4). Wegen der Symmetrie ist mit den Bezeichnungen der Linsenformel (O14-1):

$$g_{\text{II}} = b_{\text{I}} = \frac{d+e}{2} \quad \text{und} \quad b_{\text{II}} = g_{\text{I}} = \frac{d-e}{2}$$

Dies in Gl.(O14-1) eingesetzt, liefert die gesuchte Brennweite der Linse:

$$f = \frac{d^2 - e^2}{4d} \tag{O14-5}$$

### Chromatische Aberration

Da die Brechzahl  $n(\lambda)$  des Linsenmaterials von der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes abhängt, ist auch die Brennweite  $f(\lambda)$  der Linse für die verschiedenen Farben unterschiedlich groß. Dies führt zu einem Abbildungsfehler, der chromatische Aberration genannt wird (chroma, griech. „Farbe“, aberratio, lat. „Abirrung“). Für Glas nimmt z. B.  $n$  im sichtbaren Bereich von rot nach blau zu (normale Dispersion), so dass beim Einstrahlen eines parallelen Bündels von weißem Licht (das alle Farben enthält) der Brennpunkt der blauen Komponente vor dem Brennpunkt der roten Komponente liegt.

Man kann dies demonstrieren, indem man die in Abb. O14-5 dargestellte Abweichung der Brennweite mit dem Bessel-Verfahren aufzeigt. Hierzu wird direkt nach der weißen Lampe des Versuchsaufbaus ein roter bzw. blauer Interferenzfilter eingesetzt und das Bild auf dem mit weißem Papier bespannten Schirm scharf gestellt.

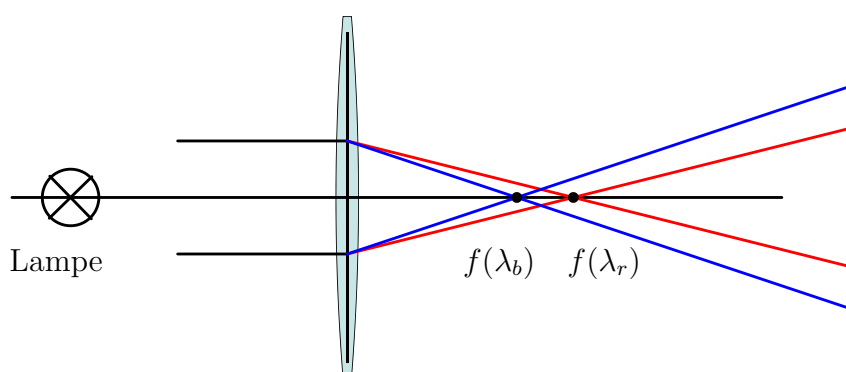
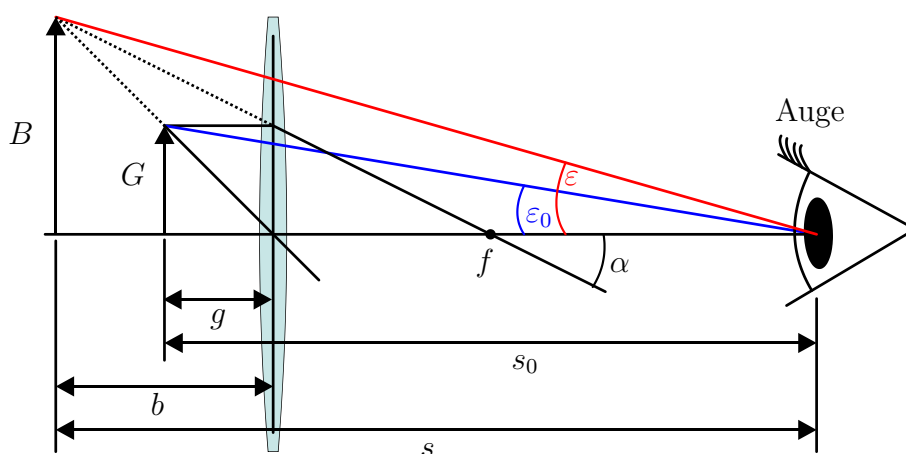


Abb. O14-5: Darstellung der chromatischen Aberration.

### Anwendungsbeispiel Lupe und Mikroskop

Bei optischen Instrumenten definiert man die Vergrößerung (Abbildungsmaßstab) als Verhältnis von Bild- und Gegenstandsgröße (lineare Vergrößerung  $\beta = \frac{B}{G}$ ) oder - bei Betrachtung durch ein Okular - als Verhältnis der Sehwinkel, unter denen diese Größen mit und ohne Instrument erscheinen (Winkelvergrößerung  $\Gamma = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ ). Der Sehwinkel  $\varepsilon_0$  ohne Instrument ist dabei festgelegt als derjenige bei Betrachtung eines Gegenstands aus einer Entfernung von  $s_0 = 25$  cm (Bezugssehweite), bei der das normale Auge noch (bequem) scharf sehen kann.

Abb. O14-6: Vergrößerung des Sehwinkels  $\varepsilon$  durch eine Lupe; ohne Linse wird  $G$  im Abstand  $s_0$  unter dem Winkel  $\varepsilon_0$  gesehen.

Steht bei einer Sammellinse der zu betrachtende Gegenstand innerhalb der Brennweite der Linse, so entsteht ein aufrechtes vergrößertes virtuelles Bild  $B$ , das dem Auge in einem Abstand größer als  $g$  hinter der Linse erscheint (Abb. O14-6). Die Linse bildet eine Lupe. Die Lage des virtuellen Bildes ergibt sich aus dem Schnittpunkt des nach links verlängerten Brennstrahls mit dem verlängerten Mittelpunktsstrahl. Je näher der Gegenstand in die Brennebene rückt, desto weiter entfernt sich das virtuelle Bild und verschwindet gemäß Gl. (O14-1) im Grenzfall  $g = f$  im Unendlichen. Dann fallen alle von einem Punkt des

Gegenstands ausgehenden Strahlen hinter der Linse als Parallelbündel ins Auge,  $G$  wird also unter dem vergrößerten Winkel  $\alpha$  wahrgenommen. Dabei ist das Auge entspannt, d.h. auf unendlich akkommodiert, und die Winkelvergrößerung beträgt  $\Gamma = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}$ .

Da das Auge nur innerhalb kleiner Winkel scharf sehen kann, ist die Näherung  $\Gamma = \frac{\tan \alpha}{\tan \varepsilon_0}$  zulässig. Damit erhält man:

$$\Gamma = \frac{\left(\frac{G}{f}\right)}{\left(\frac{G}{s_0}\right)} = \frac{s_0}{f} \quad (\text{O14-6})$$

Man kann die Vergrößerung dadurch noch steigern, dass man das Auge anspannt und auf die Bezugssehweite  $s_0 = 25 \text{ cm}$  akkommodiert. Dazu hält man die Lupe dicht vor das Auge und bewegt den Gegenstand ein wenig näher zur Linse, bis das virtuelle Bild die Bezugssehweite erreicht. Für  $b = -s_0$  (negativ, weil - anders als in Abb. O14-1 -  $b$  links der Linse liegt) erhält man dann als Vergrößerung:

$$\Gamma = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{\left(\frac{B}{s_0}\right)}{\left(\frac{G}{s_0}\right)} = \frac{B}{G} = \beta \quad (\text{O14-7})$$

Mithilfe der Gleichung O14-1 erhält man für die maximale Vergrößerung der Lupe:

$$\beta = \frac{s_0}{f} + 1 \quad (\text{O14-8})$$

Im Mikroskop übernimmt eine Lupe die Funktion des Okulars, mit dem ein bereits vergrößertes reelles Zwischenbild nochmals vergrößert wird. So lässt sich die Gesamtvergrößerung deutlich steigern.

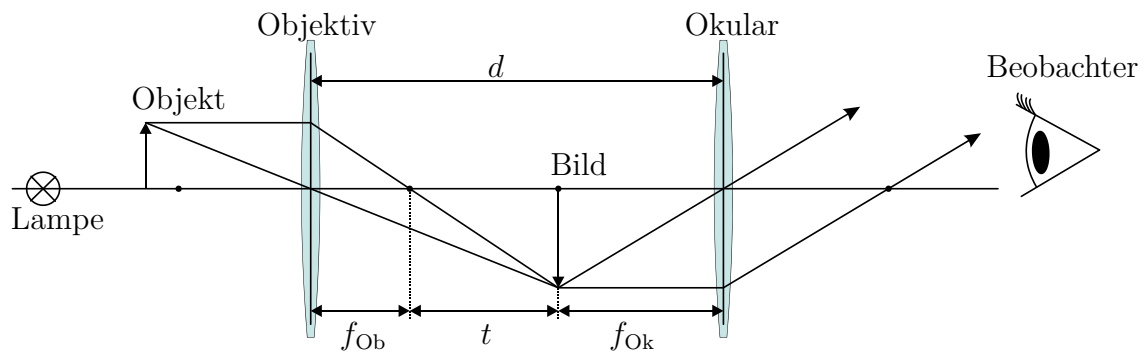


Abb. O14-7: Schematische Darstellungen eines einfachen Mikroskops aus 2 Linsen mit  $t$ : Tubuslänge.  $f_{Ob}$ : Brennweite des Objektivs;  $f_{Ok}$ : Brennweite des Okulars

Ein einfaches Mikroskop kann mithilfe zweier Sammellinsen realisiert werden. Das Objekt befindet sich dabei zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite des Objektivs und wird mit einer Weißlichtquelle beleuchtet. Das Objektiv erzeugt ein vergrößertes, umgekehrtes reelles Zwischenbild des Gegenstands in der Brennebene des Okulars, das

als Lupe verwendet wird. Das „entspannte“ Auge kann dann auf der Okularlinse dieses als virtuelles Bild sehen. Beachten Sie, dass bei einem Mikroskop eine Abbildung ins Unendliche vorliegt und das Bild erst durch die Sammellinse des Auges generiert wird.

Die Vergrößerung dieses Mikroskops ergibt sich aus:

$$\beta_{\text{Mikro}} = \beta_{\text{Ob}} \cdot \beta_{\text{Ok}} \quad (\text{O14-9})$$

mit der Vergrößerung des Objektivs  $\beta_{\text{Ob}}$  und der des Okulars  $\beta_{\text{Ok}}$ .

Der Wert für  $\beta_{\text{Mikro}}$  aus Gl.(O14-9) lässt sich mit der Formel für die Mikroskopvergrößerung gemäß der theoretischen Beziehung vergleichen:

$$\beta_{\text{Mikro}} = \frac{(s_0 \cdot t)}{(f_{\text{Ob}} \cdot f_{\text{Ok}})} \quad (\text{O14-10})$$

mit  $s_0$ : Bezugssehweite;  $t$ : Tubuslänge;  $f_{\text{Ob}}$ : Brennweite des Objektivs;  
 $f_{\text{Ok}}$ : Brennweite des Okulars

## Messprogramm

Führen Sie die verschiedenen Verfahren zur Bestimmung der Brennweite mit der 100 mm-Linse durch!

1. Bestimmen Sie die Brennweite der Linse durch Autokollimation (Abb. O14-2). Wiederholen Sie die Messung je 5-mal in beiden Linsenorientierungen (0 bzw. 180 Grad) durch erneutes Einstellen der scharfen Abbildung.
2. Bestimmen Sie die Brennweite der Linse mithilfe des Abbe-Verfahrens (Abb. O14-3). Verwenden Sie sowohl (O14-2) als auch (O14-4) zur Berechnung der Brennweite der Linse.
3. Bestimmen Sie die Brennweite der Linse mithilfe des Bessel-Verfahrens (Abb. O14-4), führen Sie die Messung 5 mal je Position durch.
4. Bestimmen Sie die chromatische Aberration der Linse mithilfe des Bessel-Verfahrens und den Interferenzfiltern, wiederum 5 mal je Position.
5. Verwenden sie zwei Linsen, um ein Dia zweistufig zu vergrößern. Stellen sie verschiedene Vergrößerungen ein, bestimmen die relevanten Positionen und diskutieren Sie ihre Ergebnisse.  
 Mithilfe von  $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$  lässt sich der aus den Linsenpositionen erwartete Abbildungsmaßstab der zweistufigen Vergrößerung berechnen, bestimmen sie dazu die Position der Zwischenbildebene. Vergleichen Sie den theoretischen Abbildungsmaßstab mit ihren Messergebnissen.

## Hinweise

- Verwenden Sie diejenige Seite des weißen Schirms als Abbildungsebene, deren Position mit der Messmarke des Reiters übereinstimmt!

- Bestimmen Sie mit dem Maßstab die horizontale Verschiebung des Dias bzgl. der Ablesemarke in der Reitermitte. Berücksichtigen Sie diese bei allen Messungen!
- Für das Abbe-Verfahren bilden Sie das Maßstabsdia auf dem mit Millimeterpapier bespannten Schirm ab. Für zwei verschiedene  $g$ - und  $b$ -Werte wird das Bild (im Zentrum) scharf gestellt und der Abbildungsmaßstab  $\beta = \frac{B}{G}$  bestimmt (vgl. Abb. O14-3). Da die Brennweitenbestimmung über (O14-2) bzw. (O14-4) von Differenzen abhängt, ist darauf zu achten, dass diese nicht zu klein und infolgedessen extrem von Messfehlern beeinflusst werden! Wählen Sie deshalb zwei sehr unterschiedliche Gegenstands- bzw. Bildweiten!
- Beim Bessel-Verfahren wird am Besten der matte Schirm verwendet. Wählen Sie das Dia, bei dem Sie das scharfgestellte Bild am besten erkennen. Bei gegebener Position von Dia und Schirm (Abstand  $> 4f$ ) wird das Abbild auf dem Schirm durch Verschieben der Linse scharf gestellt. Hier gibt es zwei Möglichkeiten, die ein vergrößertes und verkleinertes scharfes Bild ergeben. Achtung: Damit das verkleinerte Bild nicht zu klein wird, darf der Abstand Dia - Schirm nicht sehr groß gewählt werden! Die Positionen der Linse, des Schirms und des Dias sind hierbei zu notieren.
- Die chromatische Aberration kann mithilfe der Differenz der Brennweiten für rotes und blaues Licht berechnet werden. Das rote Interferenzfilter transmittiert Licht bei Wellenlängen von  $(635 \pm 5)$  nm und das Blaue bei einer Wellenlänge 450 nm.
- Bei der Messung der zweifachen Vergrößerung betrachten sie insbesondere auch die Spezialfälle  $b_{Ob} = f_{Ob}$  und  $b_{Ob} = 2 \cdot f_{Ob}$ .