

S12 Ultraschallwellen nach Debye-Sears	
Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert.
(Version: 16. Oktober 2021)

Versuchsziel und Versuchsmethode:

1.) Welcher Zusammenhang besteht zwischen Schallgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz? Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Luft und in Wasser?

2.) Geben Sie die Frequenzbereiche für Infraschall, hörbaren Schall und Ultraschall an.

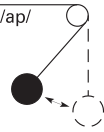
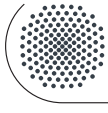
3.) Was versteht man unter Longitudinal- und Transversalwellen?

4.) Was versteht man unter einer stehenden Welle? Wie kann sie erzeugt werden? Welcher Zusammenhang besteht zwischen Druck- und Schnelle-Bäuchen und -Knoten?

5.) Was ist der Unterschied zwischen Schallgeschwindigkeit und Schallschnelle?

6.) Leiten Sie die Formel S12-9 zur Bestimmung der Gitterkonstante d her (Skizze anfertigen!). Benutzen Sie die Näherung für kleine Beugungswinkel. Welche charakteristische Größe der Ultraschallwelle entspricht in diesem Versuch der Gitterkonstante eines optischen Gitters?

7.) *Nur Physiker:* Zeigen Sie durch Einsetzen, dass die Wellenfunktion S12-3 eine Lösung der Wellengleichung S12-2 ist.



S Schall und Strömung

S12 Ultraschallwellen nach Debye-Sears

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

- [1] TIPLER, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book
- [2] DEMTRÖDER, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer. – E-Book
- [3] PAUS, H. J.: *Physik in Experimenten und Beispielen*. Hanser, 2007
- [4] KUTTRUFF, H.: *Physik und Technik des Ultraschalls*. Hirzel, 1988
- [5] SORGE, G.: *Faszination Ultraschall*. Teubner, 2002

Stichworte

Schallausbreitung in Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern, Longitudinal- und Transversalwellen, Phase, Schallwechseldruck, Kompressibilität, Kompressionsmodul, Ultraschall-Interferometer, Brechungsindex, Strahlaufweitung, Wellenoptik, Beugungsgitter.

Grundlagen

Im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen ist die Ausbreitung von akustischen Wellen an ein elastisches Medium gebunden. Aus der Messung der Schallgeschwindigkeit erhält man daher Aufschluss über die elastischen Eigenschaften des Mediums, d.h. über Elastizitäts- und Schubmodul bei Festkörpern und über die Kompressibilität bei Flüssigkeiten und Gasen. In Flüssigkeiten und Gasen hängt die Schallgeschwindigkeit von der Kompressibilität $\kappa = -\frac{dV}{V \cdot dp}$ (relative Volumenänderung pro Druck) bzw. vom Kompressionsmodul $K = \frac{1}{\kappa}$ und der Dichte ρ ab:

$$c_{ph} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \tag{S12-1}$$

Experimentell kann die Schallgeschwindigkeit entweder durch Messung von Weg und Laufzeit eines Schallimpulses oder durch Messung von Frequenz f und Wellenlänge λ einer sinusförmigen Schallwelle bestimmt werden. Die zweite Methode wird bei dem hier zur Verfügung stehenden Versuch angewendet.

Schallwellen sind elastische Wellen, die sich mit einer für das Medium charakteristischen (Phasen-)Geschwindigkeit c_{ph} ausbreiten. Sie genügen der Wellengleichung (hier eindimensional), die die räumliche (x) und zeitliche (t) Ausbreitung beschreibt:

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = c_{ph}^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} \quad (\text{S12-2})$$

Die Phasengeschwindigkeit wird üblicherweise als Schallgeschwindigkeit bezeichnet.

Wie man durch Einsetzen bestätigen kann, ist die ebene Welle

$$\psi(x,t) = \psi_0 \cos(\omega t - kx) \quad (\text{S12-3})$$

eine Lösung der Differentialgleichung (S12-2). Sie beschreibt die longitudinale Verrückung $\psi(x,t)$ der Mediumteilchen.

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ f Frequenz
 Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ λ Wellenlänge
 wobei gilt: $c_{ph} = f \cdot \lambda$ ψ_0 Schwingungsamplitude

Der Augenblickswert der Wechselgeschwindigkeit eines schwingenden Teilchens, die Schallschnelle \tilde{v} , ist

$$\tilde{v} = \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\psi_0 \omega \sin(\omega t - kx). \quad (\text{S12-5})$$

Eine Schallwelle erzeugt in einem Medium einen sich periodisch ändernden Druck \tilde{p} :

$$\tilde{p}(x,t) = p_N - \underbrace{\hat{p} \sin(\omega t - kx)}_{p_W} \quad (\text{S12-6})$$

Die Druckamplitude \hat{p} ist gegeben durch $\hat{p} = \rho c_{ph} \psi_0 \omega$. p_N ist der konstante Umgebungsdruck; der zweite Summand in Gl. (S12-6) ist der Schallwechseldruck p_W . p_W erzeugt in einer Flüssigkeit periodisch wechselnde Dichteunterschiede und ist deutlich kleiner als p_N . Druckverlauf $\tilde{p}(x,t)$ und Auslenkung $\psi(x,t)$ sind um 90° phasenverschoben.

Ultraschall in Flüssigkeiten

Die in einer Flüssigkeit laufende Ultraschallwelle stellt eine elastische Welle dar, bei der in regelmäßigen Abständen Verdichtungen und Verdünnungen hintereinander herlaufen. Der Abstand zweier aufeinanderfolgender Verdichtungen ist durch die Schallwellenlänge λ_{Schall} in der Flüssigkeit gegeben.

Wird eine Schallwelle, nachdem sie in der Flüssigkeit eine Strecke der Länge l durchlaufen hat, reflektiert, so entsteht eine stehende Welle, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$l = \frac{m\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \quad ; \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{S12-7})$$

d.h. es existieren in der Flüssigkeit ortsfeste Druckknoten und -bäuche. Der zweite Summand berücksichtigt, dass sich am schwingenden Quarz ein Bauch und am Reflektor ein Knoten der Schallschnelle ausbildet. Zonen mit sehr großen Druckgradienten wechseln sich periodisch mit solchen Zonen ab, in denen keine oder nur sehr kleine Druckgradienten auftreten. Die Druckgradienten können einerseits zeitlich verstanden werden, d.h. man betrachtet die Druckschwankungen während einer Schwingungsperiode an einem festen Ort $\partial\tilde{p}(x = \text{const}, t)/\partial t$, oder andererseits räumlich, d.h. man betrachtet zu einem bestimmten Zeitpunkt die räumliche Änderung des Wechseldrucks $\partial\tilde{p}(x, t = \text{const})/\partial x$. In Abb. (S12-1) ist die Abhängigkeit der Auslenkung ψ und des Schalldrucks \tilde{p} vom Ort x für zwei Zeitpunkte t einer stehenden Welle dargestellt. Infolge der Druckschwankungen ändert sich auch der Brechungsindex n der Flüssigkeit, wobei die Änderung des Brechungsindex bei kleinen Amplituden als proportional zur Druckänderung betrachtet werden kann. In einer Flüssigkeit, in der sich eine stehende Schallwelle ausbilden konnte, wechseln also zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1/2T$ ($T =$ Periodendauer der Schwingung) in der Ausbreitungsrichtung der Schallwelle Zonen mit relativ großem und relativ kleinem Brechungsindex ab. Zu den dazwischen liegenden Zeitpunkten $t = T/4$ und $t = 3/4T$ hat die gesamte Flüssigkeit die gleiche Brechungsanzahl n .

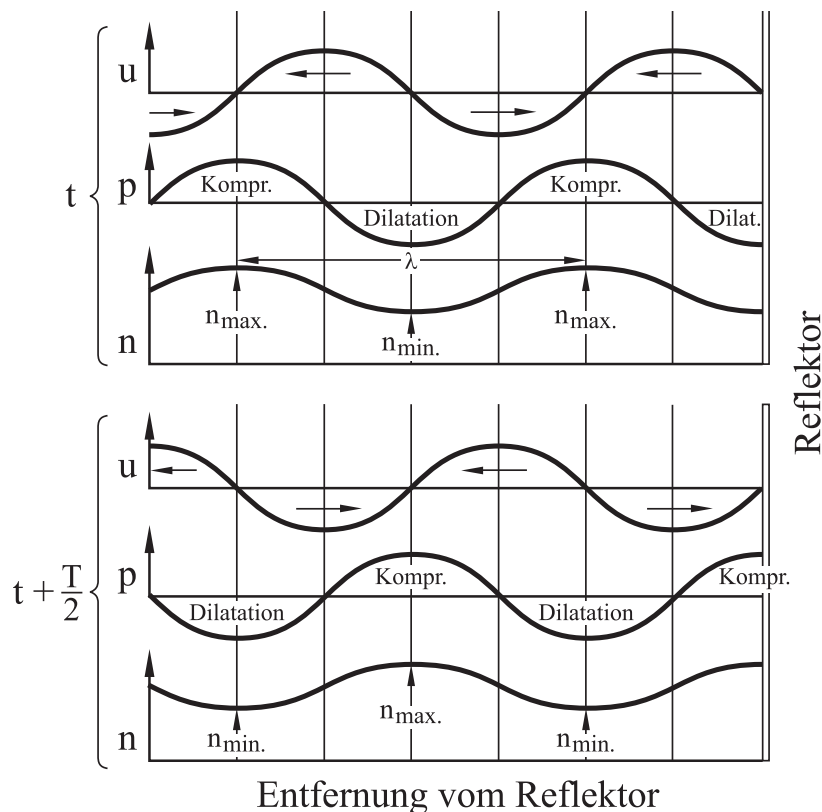


Abb. S12-1: Verteilung von Auslenkung ψ , Druck \tilde{p} und Brechungsindex n in einer stehenden Schallwelle zu zwei um eine halbe Periode auseinander liegenden Zeitpunkten.

Beobachtung der Beugung nach Debye-Sears

Durchquert ein paralleles Lichtbündel senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Ultraschalls die Flüssigkeit, so wirkt die periodische Modulation des Brechungsindex wie ein optisches Gitter (vergleiche Versuche O30-O32). Das heißt, das Licht wird an der stehenden Welle gebeugt und man kann die Gitterkonstante d bzw. die Schallwellenlänge λ_{Schall} anhand der Ablenkungswinkel φ_N der Beugungsordnungen N bestimmen. Es gilt:

$$d = \lambda_{Schall}$$

Das Intensitätsmaximum N -ter Ordnung wird von dem Licht erzeugt, das von der Schallwelle um den Winkel φ_N aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt worden ist.

$$d \sin \varphi_N = N \cdot \lambda_{Licht} \quad (S12-8)$$

(d : Gitterkonstante; φ_N : Beugungswinkel; N : Beugungsordnung).

Die Formel für die Beugung nach Debye Sears ist identisch mit der für die Beugung an einem Strichgitter, bei dem das auf die Striche fallende Licht absorbiert wird. Beim Ultraschallgitter ist jedoch die gesamte Küvette transparent. Qualitativ lässt sich diese Beugungserscheinung wie folgt verstehen: Die örtlichen Schwankungen der Lichtgeschwindigkeit in der Schallwelle setzen sich in entsprechende örtliche Phasendifferenzen der Lichtwelle um. Nach dem Huygensschen Prinzip kann jeder Punkt der Lichtaustrittsebene aus dem Ultraschallgitter als Ausgangspunkt einer Kugelwelle angesehen werden. Diese Wellen löschen sich gegenseitig für fast alle Richtungen durch Interferenz aus. Ausgenommen sind nur die Richtungen, in denen sich alle von gleichphasig erregten Punkten der Austrittsebene herrührenden Sekundärwellen gleichphasig überlagern, bei denen also die Laufwegdifferenz $d \sin \varphi_N$ ein ganzzahliges Vielfaches der Lichtwellenlänge ist. Die Schallwelle wirkt also als „Phasengitter“.

Es ist dabei gleichgültig, ob durch Reflexion stehende Wellen gebildet werden oder die Beugung an einer laufenden Welle erfolgt. Die Gitterkonstante ist in beiden Fällen die gleiche (warum?). Im Fall einer stehenden Welle erhöht sich jedoch die Amplitude \hat{p} und der Effekt wird deutlicher.

Versuchsaufbau

ACHTUNG: Laser erst einschalten, wenn das Lasermodul in der Fassung an der Küvettenwand steckt! Laserstrahl NUR auf die Wand am eigenen Tischende richten - NIEMALS auf Personen richten! Gefahr für die Augen!

Der Versuchsaufbau ist in Abb. S12-2 dargestellt. Zur Halterung des Lasers wird eine Fassung mit eingebauter Zerstuungslinse (plankonkav, Brennweite $f = -18\text{mm}$) verwendet. Zusammen mit einer an der Küvettenwand einschiebbaren Sammellinse (plankonvex, $f = 75\text{mm}$) erreicht man eine Aufweitung des Laserstrahls und damit eine bessere Ausleuchtung des Beugungsgitters.

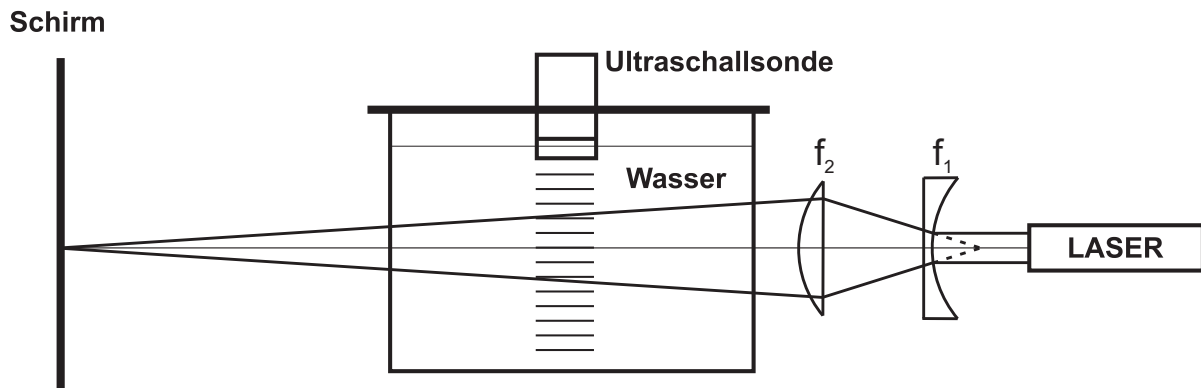


Abb. S12-2: Aufbau zur Beugung des Lichts an Ultraschallwellen nach Debye-Sears

Der Deckel der Küvette mit eingebauter Ultraschallsonde (Schwingquarz) wird so geschlossen, dass sich an der Ultraschallsonde keine Luftblasen befinden und sich diese unter der Wasseroberfläche befindet. Am Bedienelement kann an den Reglern Strom und Spannung, und damit die Schalleistung, eingestellt werden. Zusätzlich kann die Frequenz der erzeugten Schwingung eingestellt werden. Mit den Pfeiltasten wird die Dezimalstelle gewählt, auf die der Drehknopf wirkt. Über ein weiteres Bedienfeld kann die Intensität der Lasers verändert werden. Um ein optimales Beugungsbild zu erhalten, müssen für jede Frequenz die drei Stellschrauben an der Ultraschallsonde nachgestellt werden und eventuell die Schalleistung sowie die Laserintensität verändert werden.

Der Abstand der erzeugten Ultraschallwelle a zum Schirm soll bestimmt werden. Für große a und kleine Beugungswinkel φ_N der N ten Ordnung kann Gleichung S12-8 wie folgt umgeformt werden:

$$d = \lambda_{Schall} = \frac{N \cdot \lambda_{Licht}}{\sin \varphi_N} \approx \frac{2N \cdot a \cdot \lambda_{Licht}}{d_N} \quad (\text{S12-9})$$

d_N ist hier der Abstand des $-N$ -ten Beugungsmaximums vom $+N$ -ten Maximum (daher der Faktor 2 im Zähler).

Die Linien sind äquidistant, man kann also den Abstand zwischen der ersten und letzten Linie messen und durch die Zahl der Zwischenabstände dividieren.

Hinweis

Apparatur erst einschalten, wenn der Schwingquarz in die Küvette mit Flüssigkeit eingetaucht ist, da die Schwingung des Quarzes nur in der Flüssigkeit ausreichend stark gedämpft wird. In Luft besteht Bruchgefahr für den Quarz.

Messprogramm

Bestimmung der Schallwellenlängen und Schallgeschwindigkeiten in destilliertem Wasser und dem Glycerin-Wasser-Gemisch aus Beugung von grünem ($\lambda = 532\text{nm}$) und rotem ($\lambda = 650\text{nm}$) Laserlicht.

- 1) Füllstand der Küvette kontrollieren, ggf. vom Assistenten nachfüllen lassen
- 2) Sicherstellen, dass sich die Ultraschallsonde **blasenfrei unterhalb** der Wasseroberfläche befindet (ggf. neu einsetzen)
- 3) Laser fixieren, Abstand a von Küvettenmitte zur Wand messen
- 4) Laser einschalten, auf die Wand bzw. ein dort befestigtes Papier richten und durch Justage der Laserfassung einen scharfen Fokus erzeugen.
- 5) Ultraschallsender einschalten (Probe ON, $f \approx 6\text{MHz}$, Strom- und Spannungsregler aufdrehen)
- 6) An den 3 Stellschrauben der Ultraschallsonde das Beugungsbild optimieren (vorsichtig drehen!); den Laser in der Fassung so drehen, dass die Beugungstreifen horizontal liegen (Laserdiode erzeugt ein elliptisches Strahlprofil!). Ggf. Beugungsbild durch Feinjustage der Laserfassung scharf stellen.
- 7) Zur weiteren Optimierung des Beugungsmusters die Sendefrequenz fein (!) verstellen
- 8) Beugungsmuster für beide Laser bei Schallfrequenzen von ca. 3 MHz bis ca. 12 MHz auf dem Schirm markieren und ausmessen (ca. 1 MHz Schritte, Beugungsbild jedes Mal optimieren). Immer die höchste noch sichtbare Beugungsordnung verwenden (Abstand $-N\text{te}$ Ordnung bis $+N\text{te}$ Ordnung)
- 9) Messung wiederholen mit beiden Lasern in beiden Flüssigkeiten
- 10) Strom- und Spannungsregler auf Null drehen, Ultraschallsender ausschalten (Probe OFF, rote Kontrolllampe erlischt)

Nach Gebrauch die Ultraschallsonde mit destilliertem Wasser (Spritzflasche am Waschbecken) abspülen und vorsichtig trocknen.

Auswertung

Berechnen Sie aus allen Beugungsbildern die Schallwellenlängen und Schallgeschwindigkeiten.

Tragen Sie in getrennten Diagrammen die Schallgeschwindigkeit über der Frequenz für Wasser und das Glycerin-Wasser-Gemisch auf. Sieht man - unter Berücksichtigung der Messfehler - eine Abhängigkeit von der Frequenz (Dispersion)?

Berechnen Sie den Kompressionsmodul K für destilliertes Wasser.

Vergleichen Sie mit Literaturwerten. Liegt die Schallgeschwindigkeit für das Glycerin-Wasser-Gemisch in einem plausiblen Bereich?