S20 Kugelfallviskosimeter

Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert. (Version: 16. Oktober 2021)

Versuchsziel und Versuchsmethode:

1.) Erklären Sie die Begriffe *dynamische* und *kinematische* Viskosität.

2.) Wie ist die Reynolds-Zahl definiert? Welche Bedeutung hat sie für laminare und turbulente Strömungen?

3.) Warum wird die Reibungskraft mit kleiner werdendem Rohrquerschnitt größer?

4.) ***Nur Physiker:*** **Welches Gesetz beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Flüssigkeiten? Wie ist es anschaulich zu erklären?**

S Schall und Strömung

S20 Kugelfallviskosimeter

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

[1] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme.* Springer. – E-Book

[2] Paus, H. J.: *Physik in Experimenten und Beispielen.* Hanser, 2007

Stichworte

Innere Reibung, laminare und turbulente Strömungen, Reynoldszahl, Transportphänomene, Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen, Temperaturabhängigkeit der Viskosität, Gesetz von Hagen-Poiseuille, Ähnlichkeitsgesetze

Grundlagen

Bewegen sich die Teilchen einer Flüssigkeit oder eines Gases mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aneinander vorbei, tritt aufgrund von Wechselwirkungskräften eine innere Reibung auf, die dem Medium eine bestimmte Viskosität (Zähigkeit) verleiht. Zur Bestimmung der Reibungskraft betrachten wir zwei ebene, parallele Platten, deren Zwischenraum mit der Dicke z von einem viskosen Medium ausgefüllt ist. Bewegt man nun eine Platte parallel zur anderen mit der Geschwindigkeit v, so wirkt nach Newton eine Reibungskraft

$$F_\mathrm{R} = -\,A\,\eta\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} \tag{S20-1}$$

A ist die Fläche der Platten, $\mathrm{d}v/\,\mathrm{d}z$ das lineare Geschwindigkeitsgefälle senkrecht dazu, η der Koeffizient der inneren Reibung. Obwohl dieses Gesetz formal für Flüssigkeiten und für Gase zutrifft, handelt es sich um völlig verschiedene Vorgänge. Die innere Reibung von Flüssigkeiten hat ihre Ursache in zwischenmolekularen Kräften, welche der Scherung zweier aneinandergrenzender Schichten entgegenwirken. Bei Gasen dagegen gleicht der durch Diffusion verursachte Impulsaustausch die Geschwindigkeiten zweier Schichten aus.

Dieser Unterschied macht sich im Temperaturverhalten von η stark bemerkbar; bei Gasen wächst die Viskosität mit steigender Temperatur, bei Flüssigkeiten sinkt sie nach einem Exponentialgesetz:

$$\eta(T) = c_1\, e^{\Delta E/k_B T} = c_1\, e^{c_2/T} \tag{S20-2}$$

c_1, c_2: Materialkonstanten; T: absolute Temperatur in K

Erklärt wird dieses Exponentialgesetz mit Hilfe des Schichtmodells von Flüssigkeiten: Die Wechselwirkungskräfte benachbarter Flüssigkeitsschichten bewirken Potentialwälle, so dass c_2 im Wesentlichen einer Aktivierungsenergie $\Delta E/k_\mathrm{B}$ (k_B: Boltzmann-Konstante) folgt. c_1 entspricht der Zähigkeit bei unendlich hoher Temperatur.

Innere Reibung einer Flüssigkeit nach Stokes

Auf eine in einer zähen Flüssigkeit fallende Kugel vom Radius r wirken drei Kräfte: die Schwerkraft $\boldsymbol{F}_\mathrm{G}$, der Auftrieb $\boldsymbol{F}_\mathrm{A}$ und die Reibungskraft $\boldsymbol{F}_\mathrm{R}$. Die Schwerkraft hat die Größe

$$\boldsymbol{F} = m_\mathrm{k} \cdot \boldsymbol{g} = \rho_\mathrm{k} \cdot V \cdot \boldsymbol{g} \tag{S20-3}$$

(m_k : Masse der Kugel; g : Erdbeschleunigung)
(ρ_k : Dichte der Kugel; V : Kugelvolumen)

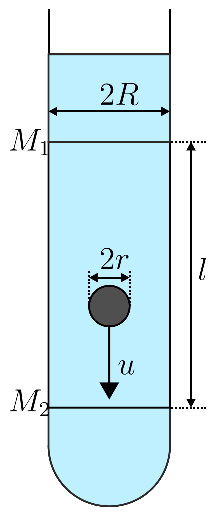

Abb. S20-1: Anordnung zur Bestimmung der dynamischen Viskosität nach Stokes

Der Auftrieb hat die Größe

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{A} = -\rho_\mathrm{Fl}\, \boldsymbol{g}\, V \tag{S20-4}$$

(ρ_Fl : Dichte der Flüssigkeit; V : Volumen der Kugel)

Die Reibungskraft z.B. auf eine Platte der Fläche A, die mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ im Abstand x von einer Wand durch die Flüssigkeit gezogen wird, ist der Plattenfläche und dem Geschwindigkeitsgefälle $\mathrm{d}\boldsymbol{u}/\mathrm{d}x$ proportional:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = -\eta\ A\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{u}}{\mathrm{d}x} \tag{S20-5}$$

$$[\eta]{=}1\,\mathrm{kg/(m\,s)} = 1\,\mathrm{Pa\,s}\,; \quad 1\,\mathrm{Poise} = 1\,\mathrm{g/(cm\,s)}$$

Der Proportionalitätsfaktor η heißt Koeffizient der inneren Reibung oder dynamische Zähigkeit. Gl. (S20-5) gilt nur im laminaren Fall, d.h. für kleine u. Bewegt sich statt der Platte eine Kugel mit dem Radius r in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit, gilt nach Stokes:

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = -\,6\ \pi\ r\ \eta\ \boldsymbol{u} \tag{S20-6}$$

Im Experiment nach Stokes fällt die Kugel in einem endlichen Rohr mit dem Radius R und der Länge l. Die Reibungskraft vergrößert sich mit wachsendem r/R und r/l. Da $l \gg R \gg r$ ist, soll die Abhängigkeit von l vernachlässigt werden. Zur Korrektur von $\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}}$ wird der allgemeine Ansatz $(1 + r/4R)^n$ gemacht, d.h.

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = -\,6\ \pi\ r\ \eta\ \boldsymbol{u}\ \left(1 + \frac{r}{R}\right)^n \tag{S20-7}$$

Nachdem die Kugel eine gewisse Strecke in der Flüssigkeit zurückgelegt hat, stellt sich eine konstante Geschwindigkeit $u = l/t$ ein. Aus dem Kräftegleichgewicht

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{R}} = 0 \tag{S20-8}$$

folgt dann mit (S20-3), (S20-4) und (S20-7) für die gesuchte Zähigkeitskonstante:

$$\eta = \frac{(\rho_{\mathrm{k}}\ V - \rho_{\mathrm{Fl}}\ V)\ g}{6\,\pi\ r\ \left(1 + \frac{r}{R}\right)^n}\ \frac{t}{l} = \frac{V\ g}{6\,\pi\ r\ \left(1 + \frac{r}{R}\right)^n\ l}\ (\rho_{\mathrm{k}} - \rho_{\mathrm{Fl}})\ t \tag{S20-9}$$

Die Dichten und insbesondere der Exponent n hängen sehr stark von der Temperatur ab. Da deren exakte Messung für diesen Versuch nicht möglich ist, ist für den Korrekturfaktor nach Ladenburg, überarbeitet durch Faxén, das erste Glied der Reihenentwicklung in der Form

$$\left(1 + \frac{r}{R}\right)^n \mathrel{\widehat{=}} 1 + 2{,}1\ \frac{r}{R} \tag{S20-10}$$

im Bereich von Zimmertemperatur einzusetzen.

Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Fällt eine Kugel in einem senkrecht stehenden Rohr, dessen Durchmesser nur wenig größer als der Kugeldurchmesser ist, so berührt die Kugel in unkontrollierbarer Weise die Rohrwand.

Ihre Bewegung wird reproduzierbar, wenn man das Rohr um einige Grad gegen die Vertikale neigt, d. h. die Kugel an der Rohrwand gleiten und rollen lässt.
Die Viskosität wird nach der empirischen Formel:

$$\eta = K(\rho_\mathrm{k} - \rho_\mathrm{Fl})t \tag{S20-11}$$

berechnet. t ist die Fallzeit. Die für jede Kugel charakteristische Konstante K wird vom Hersteller empirisch mit Eichflüssigkeiten ermittelt. Um einen großen Viskositätsbereich messen zu können, muss man einen Satz Kugeln verschiedener Größe und Dichte verwenden.

Messprogramm

Bestimmung der Viskosität von Pumpenöl mit dem Kugelfallviskosimeter nach Höppler

1. Das Fallrohr mit der zu untersuchenden Flüssigkeit trägt zwei Ringmarken in einem Abstand von 100 mm, die die Messstrecke begrenzen. Das Fallrohr ist von einer Temperierflüssigkeit umgeben, die mit Hilfe eines Thermostaten feste Zwischentemperaturen annimmt. Die Temperatur wird mit dem eingesetzten Thermometer und der Anzeige des Thermostaten kontrolliert. Die Fallrohrachse ist um 10° gegen die Senkrechte geneigt. Fallrohr und Glasmantel können für den Rücklauf der Kugel in die Messstellung um das Stativ geschwenkt werden. Auf eingerastete Position achten!

2. Die Fallzeit t der Kugeln ist 5 mal zu messen. Notieren Sie vor jeder Messung die Temperatur am Thermometer. Bilden Sie den Mittelwert der Fallzeit.

3. Führen Sie die Messung bei 5 verschiedenen Temperaturen zwischen 20 °C und 60 °C durch.
Achtung: Vor jeder neuen Messung warten, bis der angezeigte Temperaturmesswert mindestens 5 Minuten konstant geblieben ist (Temperaturausgleich Wasserbad - Öl)!

4. Berechnen Sie die dynamische Viskosität des Öls nach (S20-11).

$$\begin{aligned} K &= 0{,}5445\,\mathrm{mPa}\cdot\mathrm{cm}^3/\mathrm{g} \\ \rho_\mathrm{Kugel} &= 8{,}141\,\mathrm{g/cm}^3 \\ \rho_\mathrm{\ddot{O}l} &= 0{,}86\,\mathrm{g/cm}^3 \end{aligned}$$

5. Prüfen Sie die Gleichung $\eta(T) = c_1 \cdot e^{c_2/T}$, indem Sie η logarithmisch über $1/T$ auftragen. c_2 lässt sich als Steigung der Geraden bestimmen, c_1 kann aus einem Messwert, der möglichst nahe an der Ausgleichsgeraden liegt, und dem c_2-Wert aus der Steigung berechnet werden:

$$c_1 = \frac{\eta(T)}{e^{c_2/T}} \tag{S20-12}$$