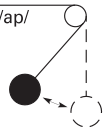


S25 Strömungswiderstand eines Rohres für Gase	
Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert. (Version: 31. Juli 2025)

Versuchsziel und Versuchsmethode:

1.) Definieren Sie den Strömungswiderstand eines Rohres für Gase. Wodurch kommt er zustande?

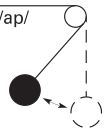
2.) Was sind Saugvermögen und Saugleistung einer Vakuumpumpe und wodurch unterscheiden sich diese Größen?

3.) Skizzieren und erklären Sie die Funktionsweise einer Drehschieber-Vakuumpumpe.

4.) Definieren Sie die Größen Partialdruck und Sättigungsdampfdruck.

5.) Welche Strömungsarten gibt es und wie unterscheiden sie sich?

6.) Welche Größenordnung hat die mittlere freie Weglänge eines Gases (z.B. He) bei Normalbedingungen und bei 10^{-4} hPa



S Schall und Strömung

S25 Strömungswiderstand eines Rohres für Gase

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

[1] *Kapitel* Gase. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[2] *Kapitel* Vakuumphysik. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[3] Vacuum, Pfeiffer: *The Vacuum Technology Book Volume II - Know how*. msp druck und medien gmbh, 2013. – E-Book

[4] *Kapitel* 14 Die kinetische Gastheorie. In: Tipler, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book

[5] *Kapitel* 9.1 Grundlagen und Grundbegriffe. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[6] *Kapitel* 9.2 Vakuumerzeugung. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[7] *Kapitel* 9.3 Messung kleiner Drücke. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

Stichworte

Partialdruck von Gasen [4], Strömungsarten [5], freie Weglänge [4], Knudsenzahl [5], Drehschieberpumpe [6], Saugvermögen [5], Strömungsleitwert [5], Leckrate [5], Wärmeleitungsmanometer [7]

Theoretische Grundlagen

1. Zur **Herstellung eines (Hoch-)Vakuums** werden mechanische Pumpen wie Turbomolekularpumpen oder Treibmittelpumpen (Diffusionspumpen) sowie Ionengetterpumpen, Kryopumpen und Sorptionspumpen verwendet. Die besten heute erzeugbaren Vakua liegen etwa bei 10^{-13} hPa. Beim vorliegenden Versuch kommen nur Drehschieberpumpen, welche häufig als Vorpumpen für die oben genannten Pumpenarten verwendet werden, zum Einsatz. Bei ihnen wird das abzusaugende

Gas durch einen exzentrisch gelagerten Kolben (Abbildung S25-1), in dessen radialen Schlitzen zwei Schieber durch kräftige Federn an die Zylinderwand gedrückt werden, vom Ansaugstutzen zur Auslassseite befördert. Auf diese Weise lässt sich bestenfalls ein Enddruck von $\approx 10^{-2}\,\mathrm{hPa}$ erzeugen, welcher für die hier ins Auge gefassten Versuche jedoch ausreichend ist. In der Vakuumtechnik ist neben der SI-Druckeinheit Pascal auch die ältere Einheit bar sehr gebräuchlich, weshalb wir im Weiteren diese Einheit verwenden: $1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$ bzw. $1000\,\mathrm{mbar} = 1000\,\mathrm{hPa}$.

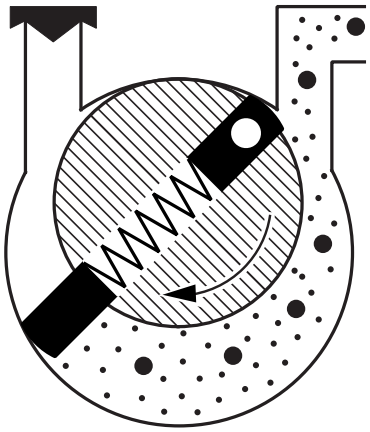


Abb. S25-1: Schematische Darstellung einer Drehschieberpumpe.

2. **Saugvermögen und Strömungsleitwert** Die wichtigsten Kenndaten einer Vakuumpumpe sind das Saugvermögen und das erreichbare Endvakuum. Unter dem Saugvermögen S versteht man den Volumendurchfluss pro Zeiteinheit, $S = \Delta V/\Delta t$, gemessen in L/s oder m^3/h.

   Bei den meisten Pumpen ist S in einem weiten Bereich vom Druck unabhängig und konstant. Daraus ergibt sich, dass je nach Druck und Temperatur die Anzahl der geförderten Teilchen pro Zeiteinheit, also der Massendurchfluss (auch Massenstrom) $q_\mathrm{m} = m/t$, bei gleichem Volumendurchfluss verschieden ist.

   Man definiert deshalb die Saugleistung entweder gleich dem Massendurchfluss q_m oder gleich dem sog. pV-Durchfluss q_{pV}. Schreiben wir nämlich die Masse $m = \mathrm{Molmasse} \cdot \mathrm{Molzahl} = m_\mathrm{M}\, n$, so erhält man mit Hilfe der idealen Gasgleichung $p\,V = n\,R\,T$:

$$q_\mathrm{m} = \frac{m}{t} = \frac{n\,m_\mathrm{M}}{t} = \frac{m_\mathrm{M}}{R\,T}\;\frac{pV}{t} \tag{S25-1}$$

   In der Regel ist die Temperatur T während eines Pumpvorgangs konstant, so dass wir als Saugleistung den $p\,V$-Durchfluss $q_{pV} = p\,V/t = p\,S$ in Einheiten von $\mathrm{mbar} \cdot \mathrm{L/s}$ einführen. Beim Abpumpen eines Behälters fällt also die Saugleistung mit sinkendem Druck kontinuierlich ab.

   Die Leistungsfähigkeit einer Vakuumanlage hängt nicht nur von der Wahl der Pumpe, sondern in erheblichem Maß von der Dimensionierung der Rohrleitungen ab. Analog zum elektrischen Strom, der in den Leitungen einen Widerstand

erfährt (Spannungsabfall), wird auch der Massenstrom bzw. der Volumendurchfluss durch Strömungswiderstand herabgesetzt. Dies führt zu einem Druckabfall entlang einer durchströmten Rohrleitung und entsprechend dem Ohmschen Gesetz $R = (U_2 - U_1)/I$ schreiben wir für den Strömungswiderstand W

$$W = \frac{p_2 - p_1}{q_{pV}} = \frac{\Delta p}{q_{pV}} \tag{S25-2}$$

bzw. für den Strömungsleitwert $L = 1/W$. Anders als beim Ohmschen Widerstand, dessen Wert spannungsunabhängig ist, müssen wir bei Gasströmungen im wesentlichen drei Strömungsarten und damit verbundene Widerstandsmechanismen unterscheiden: Die viskose oder Kontinuumsströmung, die Molekularströmung und als Übergang zwischen diesen beiden die Knudsenströmung.

Strömungsarten
Für die Beschreibung unterschiedlicher Strömungsarten, welche nachfolgend erläutert werden, dient die Knudsenzahl K_n. Diese beschreibt das Verhältnis aus der mittleren freien Weglänge λ und der Breite eines Strömungskanals d:

$$K_n = \frac{\lambda}{d}. \tag{S25-3}$$

Die mittlere freie Weglänge beschreibt die *durchschnittliche* Wegstrecke die ein Gasteilchen *ohne* Zusammenstoß mit einem anderen Teilchen zurücklegt. Desweiteren beschreibt d die Breite eines Strömungskanals, welches in diesem Versuch durch den Rohrdurchmesser gegeben ist.

Viskose- oder Kontinuumsströmung
Sie kommt fast ausschließlich im Grobvakuumbereich (1000 mbar bis 1 mbar) vor. Den Charakter dieser Strömung bestimmen die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander, daher spielt die innere Reibung, die Viskosität der strömenden Substanz, eine große Rolle. Treten Wirbel beim Strömungsvorgang auf, so spricht man von turbulenter Strömung, findet ein Gleiten verschiedener Schichten des strömenden Mediums gegeneinander statt, so nennt man die Strömung laminar. Im Gebiet der viskosen Strömung ist die Vorzugsrichtung der Geschwindigkeit aller Gasmoleküle gleich der makroskopischen Strömungsrichtung des Gases. Eine derartige Ausrichtung wird dadurch erzwungen, dass die Gasteilchen dicht gepackt sind und untereinander weit häufiger zusammenstoßen als mit den Begrenzungswänden der Apparatur. Es gilt:

$$K_n < 0{,}01 \tag{S25-4}$$

Diese Bedingung wird erfüllt, wenn der Durchmesser d einer Leitung ca. 100-fach größer als die freie Weglänge λ der Moleküle ist, d.h. für Luft $p{\cdot}d \geq 6{\cdot}10^{-1}$ mbar $\cdot$ cm. Die makroskopische Geschwindigkeit des Gases ist eine "Gruppengeschwindigkeit" und ist nicht identisch mit der "Thermischen Geschwindigkeit" der Gasmoleküle.

Molekularströmung
Die Molekularströmung ist im Hoch- und Ultrahochvakuumbereich

($10^{-3} \ldots 10^{-14}$ mbar) vorherrschend. In diesen Bereichen können sich die Teilchen ohne gegenseitige Behinderung frei bewegen. Molekularströmung liegt vor, wenn die mittlere freie Weglänge (λ) eines Teilchens sehr viel größer als der Durchmesser der Leitung ist: $\lambda \gg d$ bzw. für Luft $p \cdot d \leq 10^{-2}$ mbar $\cdot$ cm. Folglich gilt für die Knudsenzahl in diesem Regime:

$$K_n > 0{,}5 \tag{S25-5}$$

Im Gebiet der Molekularströmung überwiegen deshalb Stöße der Teilchen auf die Wände. Durch Reflexion, aber auch durch Desorption nach einer gewissen Verweilzeit auf den Behälterwänden, kann ein Gasteilchen im Hochvakuumbereich jede beliebige Richtung erlangen, von einer Strömung im makroskopischen Sinn kann nicht mehr gesprochen werden. Der Strömungswiderstand durch ein Rohr ist deshalb im Bereich der Molekularströmung nicht mehr vom Druck, sondern nur noch vom Durchmesser der Leitung abhängig.

Knudsenströmung
Der Übergang von viskoser Strömung zur molekularen Strömung ist die Knudsenströmung. Sie herrscht im Feinvakuumbereich ($1 \ldots 10^{-3}$ mbar):

$$0{,}01 < K_n < 0{,}5. \tag{S25-6}$$

Bestimmung des Strömungsleitwerts
Der Gasstrom durch ein Rohr muss überall gleich sein, da keine Moleküle verschwinden. Es gilt daher, wenn S das Nennsaugvermögen der Pumpe am Ansaugflansch und S_{eff} das effektive Saugvermögen der Pumpe am Ende des Rohrs ist, für den Durchfluss: $q_{pV} = p_1 S = p_2 S_{\text{eff}}$, wobei p_1 den Druck im Rohr auf der Pumpseite, p_2 den Druck am Rohrende bezeichnet. Das effektive Saugvermögen am Rohrende ist also $S_{\text{eff}} = p_1 S/p_2$. Bei bekanntem Nennsaugvermögen S lässt sich der Strömungsleitwert des Rohres aus den Drücken p_1 und p_2 ermitteln:

$$L = q_{pV}/(p_2 - p_1) = \frac{p_1 S}{p_2 - p_1} \tag{S25-7}$$

Für die Vakuumpraxis bedeutsam ist der relative Druckabfall im Rohr $p_2/p_1 = 1 + S/L$ bzw. das effektive Saugvermögen in Abhängigkeit von S und L:

$$S_{\text{eff}} = \frac{S}{1 + S/L} = \frac{S\,L}{S + L} \tag{S25-8}$$

Soll also das effektive Saugvermögen noch 90 % des Nennsaugvermögens betragen, so muss die Rohrleitung einen Leitwert besitzen, der mindestens 10 mal großer als S ist. Umgekehrt folgt daraus, dass bei einem sehr viel kleineren Leitwert S_{eff} praktisch nicht mehr von der Pumpe abhängt: Der Einsatz beliebig großer Pumpen steigert das Saugvermögen nur noch unwesentlich.

Leckrate
Undichtigkeiten in Vakuumanlagen führen zu einem Gasstrom, der entsprechend dem oben eingeführten pV-Durchfluss durch eine Leckrate in $\mathrm{mbar} \cdot \mathrm{L/s}$ charakterisiert wird. In der Regel wird die Leckrate unter der Bedingung gemessen, dass auf der einen Seite des Lecks Atmosphärendruck, auf der anderen Seite Vakuum unter 1 mbar herrscht.

3. Die **Messung niedriger Drücke** erfolgt bei dem vorliegenden Versuch mit Hilfe eines **Wärmeleitungsmanometers**. Es eignet sich gut zur Messung von Drücken zwischen 1 und 10^{-3} mbar. Die an den Rezipienten angeschlossene Messröhre enthält einen Draht, der elektrisch geheizt wird. Unterhalb von 1 mbar ändert sich seine Wärmeabgabe und damit bei konstanter Heizleistung seine Temperatur deutlich als Funktion des Drucks im Rezipienten. Damit ist auch sein elektrischer Widerstand vom Gasdruck abhängig. Der Widerstand kann über eine Wheatstonesche Brückenschaltung gemessen werden. Jedem auf diese Weise erhaltenen Widerstand kann somit nach erfolgter Eichung ein bestimmter Druck zugeordnet werden. Beim **„Thermotron“** wird der Messdraht mit konstantem Strom geheizt. Der Brückenstrom dient als Maß für den Gasdruck, der auf der Skala angezeigt wird. Beim **„Thermovac“** wird die Heizspannung so geregelt, dass der Widerstand und damit die Temperatur des Messdrahtes unabhängig von der Wärmeabgabe konstant ist. Die Brücke ist immer abgeglichen. Hier ist die Heizspannung ein Maß für den Druck. Auf diese Weise ist es möglich, den Messbereich bis hin zum Atmosphärendruck (≈ 1000 mbar) zu erweitern.

Vakuumapparatur

Die Bezeichnung einer Absperrvorrichtung als „Hahn“ oder „Ventil“ ist in der Literatur und im Sprachgebrauch nicht einheitlich. In unserem Versuchsaufbau unterscheiden wir Drosselventile, die fein regulierbar sind, und Durchgangsventile V1 ... V5 mit der Funktion auf / zu. Ein Dreiwegehahn mit sog. T-Einsatz (mit drehbarem T-förmigem Durchgangskanal) erlaubt die Einstellung einer Durchleitung zwischen allen drei Anschlüssen (0 Grad-Stellung) oder zwischen zwei beliebigen anderen (–90 / +90 /180 Grad-Stellung) bei gleichzeitigem Sperren des dritten Anschlusses.

Durch Öffnen eines der Durchgangsventile V1, V2 oder V3 sind drei unterschiedliche Pumpwege realisierbar: Zum Kolbenprober, zum dünnen Rohr und zum Wellschlauch. Mithilfe der Drosselventile 1 und 2 kann der Zustrom von Luft fein reguliert werden, um die für das Experiment erwünschten Druckverhältnisse einzustellen. An den Enden der zu untersuchenden Leitungen (dünnes Rohr bzw. Wellschlauch) befinden sich Messzellen, um die Drücke p_1 und p_2 zu ermitteln. Am Auspuff der Vakuumpumpe ist ein Ölnebelfilter angebracht, um das Einleiten von Öl in die Abluftansaugung zu verhindern.

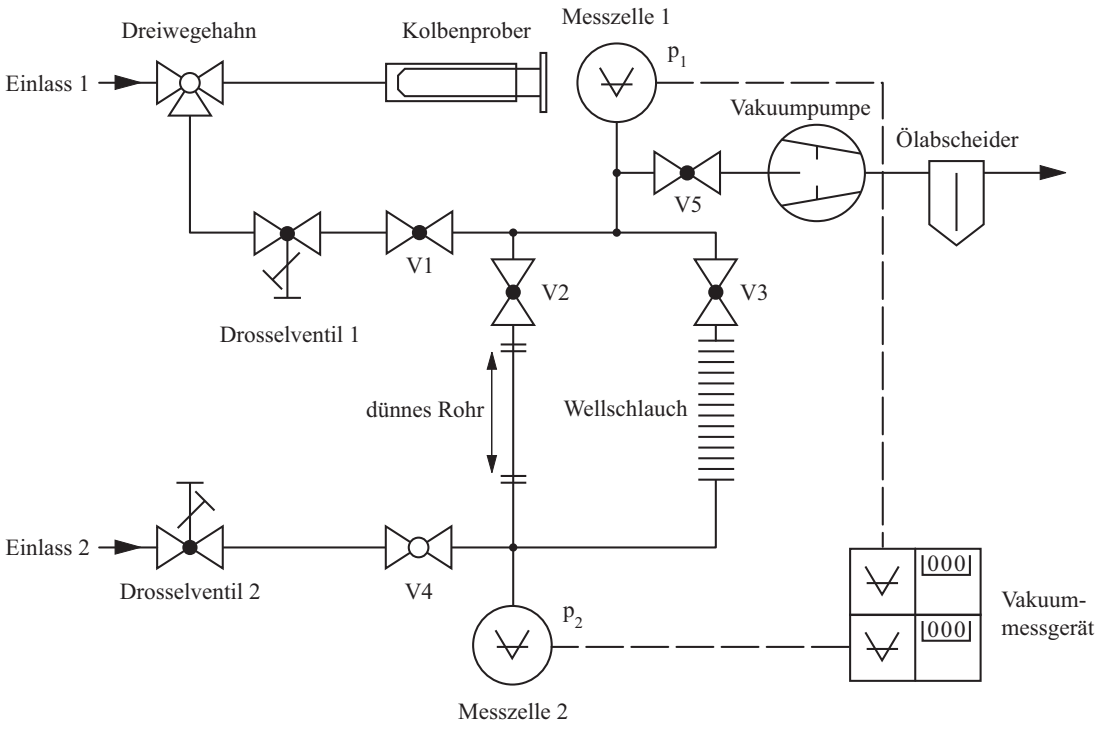


Abb. S25-2: Schematische Darstellung der Vakuumapparatur.

Messprogramm

Achtung: Das Einschalten der Apparatur darf nur durch den Assistenten erfolgen. **Der rote Ablufthahn an der Wand muss offen sein!**

Überprüfen Sie vor jeder Betätigung eines Ventils die Druckverhältnisse. Plötzliche Druckänderungen sind zu vermeiden!

Machen Sie sich vor Versuchsbeginn an Ihrem Aufbau mit den drei einstellbaren Pumpwegen vertraut! Studieren Sie die Einstellmöglichkeiten des Dreiwegehahns!

1. Bestimmen Sie das Saugvermögen S einer Drehschieberpumpe mit Hilfe eines Kolbenprobers (Messzylinder für Gasvolumina) bei $p = 0{,}9\,\mathrm{mbar}$, $3\,\mathrm{mbar}$ und $9\,\mathrm{mbar}$ und für ein abzupumpendes Gasvolumen von $\Delta V = 50\,\mathrm{mL}$. Berechnen Sie zunächst den pV-Durchfluss $q_{pV} = p_\mathrm{a}\Delta V/\Delta t = pS$ und daraus das Saugvermögen S.
2. Ermitteln Sie das Endvakuum p_0 der Pumpe und die Leckrate des Pumpstandes über ca. 5 min alle 30 s.
3. Messen Sie den Strömungsleitwert als Funktion des Druckes für ein dünnes Rohr und für einen Wellschlauch. Beginnen Sie bei $p_1 \approx 10 \cdot p_0$ (warum nicht bei p_0?) und messen Sie zu höheren Drücken hin (Drosselventil 2 verwenden) bis die Messgenauigkeit unzureichend wird, etwa 7 Werte pro Dekade.
4. Tragen Sie die berechneten Leitwerte für das dünne Rohr und den Wellschlauch über dem mittleren Druck $\overline{p} = (p_1 + p_2)/2$ in ein gemeinsames doppelt-logarithmisches Diagramm ein. Diskutieren Sie den Verlauf der Kurven. Wie hängt der Leitwert von der Rohrlänge ab? Berechnen Sie aus Ihren Messergebnissen die Leitwerte für die dünne ($d = 5\,\mathrm{mm}$) und die dicke ($d = 10\,\mathrm{mm}$) Rohrleitung bei gleicher Länge von $50\,\mathrm{cm}$ und einem mittleren Druck von $\overline{p} = 3\,\mathrm{mbar}$. Vergleichen Sie mit den experimentellen Daten.
5. Die Messzellen 1 und 2 sitzen nicht direkt an den untersuchten Leitungsenden, sondern sind über kurze Rohre mit $d = 25\,\mathrm{mm}$ Innendurchmesser verbunden. Messen Sie die Länge dieser Verbindungsstücke und schätzen Sie rechnerisch ab, ob dies für die zuvor berechneten Leitwerte relevant ist.
6. Schließen Sie das Ventil V5 direkt an der Pumpe, bevor sie diese ausschalten. So wird vermieden, dass Öl aus der Pumpe in die Vakuumapparatur gedrückt wird.

Hinweise

- Die Versuchsaufbauten im Praktikum unterscheiden sich geringfügig voneinander - teilweise wurde anstelle der beiden Ventile V2 und V3 ein umschaltbares Dreiwegeventil eingesetzt. Die Stellung des Bedienhebels zeigt den eingestellten Durchgang an.

- Die zur Bestimmung des Saugvermögens nötigen Drücke können mittels des Drosselventils 1 bei nach außen geöffnetem Dreiwegehahn reguliert werden. Schließen Sie dann durch Drehen des Dreiwegehahns den Einlass 1 und messen Sie jeweils dreimal die Zeit für das Abpumpen, zwischen den Kolben-Messmarken 40 und 90. Das Gas im Kolbenprober befindet sich während des Messvorgangs stets auf dem äußeren Atmosphärendruck p_a.
- Wenn Sie die Ventile V1 und V4 schließen und V2 und / oder V3 geöffnet lassen und mindestens 10 Minuten pumpen können Sie das Endvakuum messen (beide Druckmessgeräte ablesen). Zum Testen der Dichtigkeit wird das Ventil V5 direkt am Pumpeneingang geschlossen und der Druckanstieg gemessen. Daraus errechnet man die Leckrate $q_l = V \cdot \Delta p/\Delta t$. Hierfür müssen Sie das Volumen der Apparatur abschätzen.
- Mit Hilfe des Drosselventils 2 kann ein kleiner Gasstrom am Einlass 2 so eingestellt werden, dass die Drücke p_1 und p_2 variiert werden können.
- Das Rohr hat einen inneren Durchmesser $d = 0{,}5\,\mathrm{cm}$ und eine Länge $l = 25\,\mathrm{cm}$, der Wellschlauch $d = 1\,\mathrm{cm}$ und $l = 50\,\mathrm{cm}$.
- Für laminare Strömung erwartet man nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz eine $d^4 \cdot \overline{p}$ - Abhängigkeit für die Strömungsleitwerte.