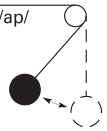


W43 Messung des Adiabatenexponenten (Gasfederresonanz)	
Name:	Matrikelnummer:
Fachrichtung:	Versuchsdatum:
Mitarbeiter/in:	Gruppennummer:
Assistent/in:	Endtestat:

Dieser Fragebogen muss von jedem Teilnehmer **eigenständig** (keine Gruppenlösung!) handschriftlich beantwortet und vor Beginn des Versuchs abgegeben werden. Die Vorbereitung wird zusätzlich durch einen Test bzw. eine mündliche Prüfung über die physikalischen Grundlagen des Versuchs kontrolliert. (Version: 31. Juli 2025)

Versuchsziel und Versuchsmethode:

1.) Was versteht man unter thermischer Energie, was unter innerer Energie?

2.) Was ist ein Freiheitsgrad? Nennen Sie die Freiheitsgrade eines 2-atomigen Moleküls (z.B. N_2).

3.) Wie groß ist die mittlere thermische Energie eines Gasmoleküls pro Freiheitsgrad?

4.) Warum sind c_p und c_v verschieden?

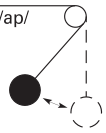
5.) Welches ist der näherungsweise adiabatische Vorgang bei diesem Versuch und wodurch ergeben sich Abweichungen von einem rein adiabatischen Verhalten?

6.) Welche Werte hat der Adiabatenexponent γ nach der kinetischen Gastheorie für Luft (N_2), Kohlenstoffdioxid und Argon?

7.) Wie ändert sich (qualitativ) die Eigenschwingung bei Einfügen einer Dämpfung? Welche Auswirkung hat das auf die Ermittlung des Adiabatenexponenten?

8.) *Nur Physiker:* Wie lautet die allgemeine Lösung der Differentialgleichung W43-9 für eine freie Schwingung? Leiten Sie das Ergebnis W43-10 her.

9.) *Nur Physiker:* Wie groß ist die bei einer adiabatischen Ausdehnung abgegebene Arbeit?



W Wärmelehre

W43 Messung des Adiabatenexponenten (Gasfederresonanz)

Diese Anleitung kann und soll kein Lehrbuch ersetzen. Die beschriebenen Grundlagen stellen einen kurzen Überblick dar und sind daher zum Erlernen der physikalischen Grundlagen nicht ausreichend. Genauere Beschreibungen finden sich in:

[1] *Kapitel* 11 Schwingungen. In: Tipler, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book

[2] *Kapitel* 15 Wärme und der erste Hauptsatz der Thermodynamik. In: Tipler, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Springer, 2015. – E-Book

[3] *Kapitel* 11.1 Der freie ungedämpfte Oszillator. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[4] *Kapitel* 11.4 Der freie gedämpfte Oszillator. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[5] *Kapitel* 11.5 Erzwungene Schwingungen. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[6] *Kapitel* 10.3 Die Hauptsätze der Thermodynamik. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[7] *Kapitel* 10.1 Temperatur und Wärmeenergie. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

[8] *Kapitel* 14.9 Zustandsänderung idealer Gase. In: Lüders, Klaus ; Pohl, Robert O.: *Pohls Einführung in die Physik: Band 1: Mechanik, Akustik und Wärmelehre*. Springer Spektrum, 2017. – E-Book

[9] *Kapitel* 7.3 Kinetische Gastheorie. In: Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme*. Springer, 2015. – E-Book

Stichworte

Federpendel [3], erzwungene Schwingung [4, 5], Resonanz [5], Zustandsgleichung idealer Gase [6], spezifische Wärme von Gasen [7], Adiabatenexponent [7], Polytropenexponent [8], isochor, isobar, adiabatisch [6], Adiabatengleichung [6], Freiheitsgrad [9], 1. und 2. Haupstatz der Thermodynamik [6], Adiabatenexponent nach der kinetischen Gastheorie [9].

Grundlagen

Die spezifische Wärme von Gasen

Führt man einem Körper eine Wärmemenge ΔQ zu und erwärmt sich dieser um ΔT, so wird die Proportionalitätskonstante C als Wärmekapazität bezeichnet. Die Wärmekapazität wird gewöhnlich auf die Masse (spezifische Wärmekapazität c) oder auf die Stoffmenge (molare Wärmekapazität c_{M}) bezogen.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \text{bzw.} \quad c = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T} \tag{W43-1}$$

Wesentlich für die Größe der spezifischen Wärmekapazität sind außerdem die Bedingungen, unter denen sie gemessen wird. Speziell bei Gasen sind besonders die Werte, die bei konstant gehaltenem Druck (c_{p}) und bei konstant gehaltenem Volumen (c_{v}) gemessen werden, wichtig.

Die experimentelle Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität kann grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen:

(a) Ausgehend von Gleichung W43-1 führt man dem Versuchskörper eine gewisse Wärmemenge zu und misst seine damit verbundene Temperaturerhöhung.

(b) Man bringt den Versuchskörper mit einem zweiten Körper bekannter spezifischer Wärmekapazität in Berührung und bestimmt die Ausgleichstemperatur.

Die beiden Methoden eignen sich besonders für Festkörper und Flüssigkeiten. Bei Gasen stößt man jedoch aufgrund der sehr kleinen Wärmekapazitäten ($C = c \cdot m$) auf beträchtliche Schwierigkeiten. Verhältnismäßig einfach ist es hier aber den Adiabatenexponenten

$$\gamma = \frac{c_{\mathrm{p}}}{c_{\mathrm{v}}} \tag{W43-2}$$

zu bestimmen. Die entsprechenden Methoden haben dabei alle die Poissonsche Gleichung für adiabatische Zustandsänderungen - d.h. Zustandsänderungen ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung - zur Grundlage.

$$p \cdot V^{\gamma} = \text{const.} \tag{W43-3}$$

Der Adiabatenexponent ist das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten bei Erwärmung des Gases unter konstantem Druck (c_{p}) zur Erwärmung des Gases bei konstantem Volumen (c_{v}). Erwärmt man ein Gas bei konstantem Volumen, so führt man dem Gas Energie allein zur Erhöhung der inneren Energie zu. Erwärmt man dagegen das Gas unter konstantem Druck, so muss sich das Gas gleichzeitig ausdehnen können, d.h. es muss Arbeit gegen den äußeren Druck leisten; die zugeführte Energie ist daher größer, d.h. $c_{\mathrm{p}} > c_{\mathrm{v}}$.

*A*nmerkung: Da es in der Praxis keinen Vorgang gibt, der trotz guter Isolation so schnell abläuft, dass nicht doch ein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet, ergibt sich

meist ein Wert für γ, welcher zwischen der rein adiabatischen- und der rein isothermen Zustandsänderung verläuft. Man nennt diesen realen Vorgang polytrop (teilweiser Wärmeaustausch mit der Umgebung) und den zugehörigen Exponenten n ($\gamma > n > 1$) den Polytropenexponent.

Bestimmung des Adiabatenexponentes mit einer Gasfeder

In einem vertikal befestigten Präzisionsglasrohr wird ein Gasvolumen V zwischen einem Ventil und einem beweglichen Kolben eingeschlossen (siehe Abbildung W43-1). Der Kolben enthält im Zentrum einen zylinderförmigen Permanentmagneten und kann deshalb mithilfe eines **statischen** äußeren Magnetfelds in jeder beliebigen Position in der Schwebe (Ruhelage) gehalten werden. Das Glasrohr ist nach oben hin offen, so dass bei ruhendem Kolben der innere Gasdruck gleich dem äußeren Luftdruck ist.

Bei Anlegen eines zusätzlichen äußeren magnetischen **Wechsel**felds wird der Kolben aus seiner Ruhelage ausgelenkt und es entsteht ein Druckunterschied zwischen dem eingeschlossenen Volumen und der umgebenden Luft, welche eine zur Auslenkung x proportionale Rückstellkraft hervorruft. Der Kolben kann daher harmonische Schwingungen ausführen, wobei sich das abgeschlossene Gasvolumen analog zur Feder in einem Federpendel verhält. Man spricht deshalb auch von einer Gasfeder.
Das System bestehend aus Gasfeder, Kolben und Umgebungsdruck lässt sich durch eine Eigenfrequenz f_0 charakterisieren, welche mit dem Adiabatenexponent γ in Beziehung steht.

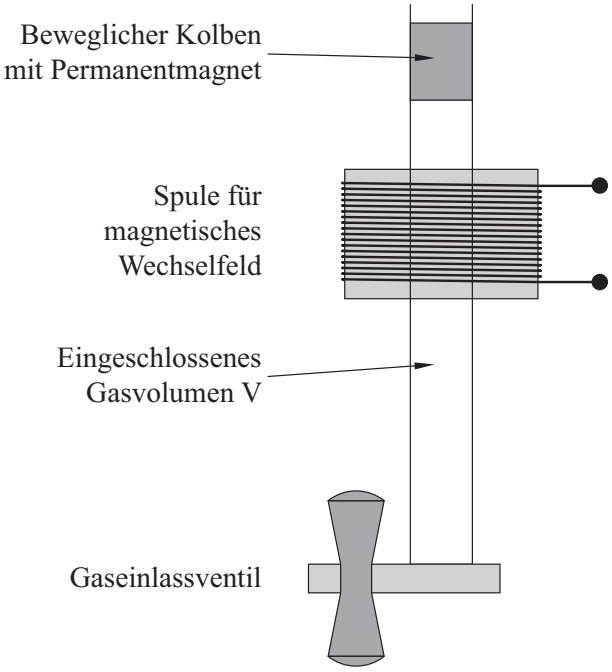


Abb. W43-1: Schematischer Versuchsaufbau.

Mit einer Leiterspule kann im Versuch sowohl ein statisches Magnetfeld (Offset) als auch ein magnetisches Wechselfeld mit variabler Amplitude und Frequenz f erzeugt werden, welches den Kolben zu einer Schwingungen anregt. Bei Erregung mit der Eigenfrequenz f_0 wird die Schwingungsamplitude maximal.

Es sei

$d =$ Durchmesser des Kolbens
$m =$ Masse des Kolbens
$A =$ Rohr- bzw. Kolbenquerschnitt
$V_0 =$ Gasvolumen in Ruhelage
$V =$ momentanes eingeschl. Gasvolumen
$p_\mathrm{a} =$ äußerer Luftdruck
$p_0 =$ Druck im Gasvolumen
$\gamma =$ Adiabatenexponent

Der Kolben befindet sich im Gleichgewicht, wenn die magnetische Abstoßung die Gewichtskraft kompensiert und der Druck p_0 in dem Glasrohr gleich dem äußeren Luftdruck p_a ist:

$$p_0 = p_\mathrm{a} \tag{W43-4}$$

Schwingt der Kolben um die Strecke x über die Gleichgewichtslage hinaus, so ändert sich der Druck um den Wert Δp. Dadurch wird auf den Kolben eine Kraft $A \cdot \Delta p$ ausgeübt, wodurch er eine Beschleunigung $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ erfährt.

Es gilt also nach dem zweiten Newtonschen Axiom ($F = ma$) die Gleichung:

$$A \cdot \Delta p = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \quad . \tag{W43-5}$$

Nach Gleichung W43-3 ist

$$pV^\gamma = p_0V_0^\gamma \quad \text{oder} \quad p = \frac{p_0V_0^\gamma}{V^\gamma}$$

und durch Differentiation

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V} = -\gamma\frac{p_0V_0^\gamma}{V^{\gamma+1}} \quad .$$

Da $|V - V_0| \ll V_0$, kann man V durch V_0 ersetzen:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V} = -\gamma\frac{p_0}{V_0} \quad . \tag{W43-6}$$

Da der Kolben sich um die Strecke x in dem Glasrohr bewegt, beträgt die Änderung des Volumens

$$\Delta V = Ax \quad . \tag{W43-7}$$

Wenn man näherungsweise statt der differentiellen Größen dV und dp in Gleichung W43-6 die endlichen, aber kleinen Änderungen ΔV und Δp einführt, erhält man durch Einsetzen von Gleichung W43-7 in Gleichung W43-6

$$\Delta p = -\frac{\gamma p_0 A x}{V_0} \quad . \tag{W43-8}$$

Durch Einsetzen von Gleichung W43-8 in Gleichung W43-5 folgt

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \underbrace{\frac{\gamma p_0 A^2}{V_0}}_{D} x = 0 \quad . \tag{W43-9}$$

Dies ist die Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung. Der 1. Summand beschreibt die Trägheit des Systems, der 2. die rücktreibende Kraft mit der Richtkraft D. Aus ihr entnimmt man die Schwingungsdauer T der durch den Kolben ausgeführten harmonischen Schwingung:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{mV_0}{\gamma p_0 A^2}} \quad . \tag{W43-10}$$

Daraus folgt für γ

$$\gamma = \frac{4\pi^2 m V_0}{T^2 A^2 p_0} = \frac{4\pi^2 m V_0 f_0^2}{A^2 p_0} \quad . \tag{W43-11}$$

Da alle Größen auf der rechten Seite von Gleichung W43-11 gemessen werden können, kann auf diese Weise γ bestimmt werden.

Entscheidend für die Genauigkeit der Bestimmung von γ ist in erster Linie die genaue Messung der Schwingungsdauer T, da deren Quadrat in Gleichung W43-11 eingeht. Zur Ermittlung der Eigenfrequenz nutzt man die Tatsache, dass bei einer Anregung eines harmonischen Schwingers mit einer periodischen äußeren Kraft die resultierende Amplitude bei vernachlässigbar geringer Dämpfung genau dann maximal ist, wenn die Anregungsfrequenz f gleich der Eigenfrequenz f_0 ist.

Messprogramm

Messung des Adiabatenexponenten γ für Luft, Kohlenstoffdioxid und Argon

1. Der Adiabatenexponent γ ist für Luft nach Gleichung W43-11 zu bestimmen. Die Eigenfrequenz f_0 soll für 8 verschiedene Volumina V_0 (Länge l zwischen 45 cm und 10 cm; beachten Sie den Anschlussstutzen) durch die Anregung des Kolbens mit der Spule und dem Frequenzgenerator bestimmt werden.
   Wählen Sie die Stromstärke so, dass der Schwingungshub des Zylinders max. 10 mm beträgt.
2. Analog zur Messung mit Luft soll der Adiabatenexponent auch für Kohlenstoffdioxid und Argon bestimmt werden. Die erstmalige Befüllung des Glasrohres mit Gasen aus der Leitung soll dabei immer unter Anleitung des Assistenten erfolgen. Zuleitung mit Gas spülen! Es muss unbedingt vermieden werden, dass der Kolben durch einen zu hohen Gasdruck aus dem Glasrohr schießt.

Hinweise

- Die Spule für die Anregung des Kolbens sollte so positioniert werden, dass sich der Kolben oberhalb der Spule befindet und durch ein statisches Magnetfeld in der Schwebe gehalten wird. Dazu muss am Steuergerät der Gleichspannungsausgang (Offset) auf Maximum gestellt werden, während der Wechselspannungsanteil (Amplitude) noch auf Null steht.
- Das in der Gasfeder eingeschlossene Gesamtvolumen lässt sich einstellen, indem das Ventil an der Glasröhre geöffnet, der Kolben mit dem Magneten an die gewünschte Position geschoben, und anschließend das Ventil wieder geschlossen wird.
- Um eine Durchmischung des Gasvolumens mit der Umgebungsluft zu vermeiden, beginnen Sie die Messreihen jeweils bei großem Volumen und schieben das Gas nach und nach aus der Röhre. Ggf. neu mit Gas fluten.
- Zum Auffinden der Resonanz kann an der Wechselstromquelle die Frequenz und Amplitude des Spulenstroms mit Reglern kontinuierlich variiert werden.
- Um die Position des Schwingers zur Berechnung des eingeschlossenen Gasvolumens zu bestimmen, drehen Sie nach Auffinden der Resonanz die Amplitude auf Null.
- Gleitet der Kolben nicht gut, so ist sofort der Assistent zu verständigen.
- Der Luftdruck p_a ist am Barometer, welches ggf. im Assistentenzimmer steht, abzulesen.
- Die Werte für m und d sind am Arbeitsplatz angegeben. V_0 kann mittels einer an der Glasröhre angebrachten Längenskala bestimmt werden.
- Das Volumen im Anschlussstutzen des Ventils beträgt ca. 0,7 mL.