

# Praktikumsprojekt „Lock-In-Verstärker“

*Dies ist die kompakte Beschreibung zu einigen Experimenten zu Lock-In Verstärkern. Einige wichtige Stichwörter sind kursiv dargestellt. Bitte Schlagen Sie zur Vorbereitung des Versuchs mindestens dies nach und verinnerlichen die Themen nochmals. Das ist für die Durchführung der Experimente unerlässlich. Die Experimente sind nicht schwierig, greifen aber auf viele Themen des Elektronikpraktikums zurück, die Sie sich noch einmal in Erinnerung rufen sollten. Einige Konzepte werden neu vorgestellt und sind nicht vollkommen trivial, so dass in jedem Fall etwas Vorbereitung nötig ist. Da sich Informationen dazu an vielen Stellen in der Literatur und auch im Netz finden, werden i.d.R. keine konkreten Literaturverweise angeführt. Netzsuche hilft im Normalfall. Einige Vorschläge finden sich dennoch am Ende der Versuchsbeschreibung.*

## 1 Einleitung

Der Versuch beschäftigt sich mit der Problematik des Rauschens. Es werden verschiedene Rauschquellen besprochen ebenso wie zwei Möglichkeiten zur Rauschunterdrückung: die Signalmittelung und die Filterung durch einen Lock-In-Verstärker.

Stichworte: Fouriertransformation; Rauschquellen, thermisches Rauschen (weißes Rauschen, Nyquist-Rauschen), Nyquist-Formel, Schrotrauschen, Poissonprozesse, Funkelrauschen (1/f-Rauschen), Netzbrumm; Rausch-Leistung, Effektivwert der Rauschspannung, Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR); Bandbreite, Filter; Lock-In-Prinzip

Die Beschreibung dieses Versuches lehnt sich eng an einen Praktikumsversuch der physikalischen Fakultät der Universität Göttingen an, bei dem ein nahezu identischer Aufbau des Lock-In Verstärkers untersucht wird.

## 2 Theoretischer Hintergrund

In diesem Versuch soll ein wichtiger Aspekt der Signalverarbeitung behandelt werden: Rauschen und Rauschunterdrückung. Im Versuch V3 haben Sie mit der passiven Filterung und in V8 mit aktiven Filtern bereits gängige Methoden zur Reduktion des Rauschens in bestimmten Frequenzbereichen und insbesondere im letzten Teil von V8 auch deren praktische Limitierungen kennengelernt. Im ersten Teil dieses Versuches geht es um die Zerlegung eines Signals in seine Frequenzkomponenten (Fouriertransformation), während es im zweiten Teil um die Filterung von Signalen geht. Diese soll anhand eines Lock-In-Verstärkers veranschaulicht werden.

### 2.1 Rauschquellen

Physikalische Messungen sind immer durch statistische Schwankungen der Messgröße beschränkt. Die Schwankungen werden als Rauschen bezeichnet. Dieses Rauschen kann verschiedene physikalische Ursachen haben und sowohl aus dem Messsystem, dem Gegenstand der Messung selbst oder der Umgebung stammen.

#### 2.1.1 Thermisches Rauschen

Thermisches Rauschen entsteht durch die zufälligen Bewegungen von Elektronen in einem Leiter (*Nyquist-Rauschen, Johnson-Rauschen oder Nyquist-Johnson-Rauschen*). Da diese Bewegung temperaturabhängig ist, wird die Art des Rauschens auch thermisches Rauschen genannt. Ein Maß für das Rauschen ist die mittlere quadratische Abweichung der Amplitude vom Nullwert. Für diese Art von Rauschen gilt für einen Widerstand R

$$\overline{U_r^2} = 4 \cdot k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f \quad (2.1)$$

wobei  $k_B$  die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur und  $\Delta f$  die *Bandbreite der Messapparatur* ist. Letztere geht in die (Nyquist-)Formel ein, da thermisches Rauschen über einen weiten Frequenzbereich konstant ist. Es wird deswegen auch weißes Rauschen genannt.

### 2.1.2 Schrotrauschen

Schrotrauschen tritt auf, wenn das thermische Gleichgewicht verlassen wird. Dies ist insbesondere beim Fließen von Strömen der Fall. Diese werden durch einzelne Ladungsträger gebildet und sind somit Poisson-Prozesse. Ähnliches gilt auch für alle anderen *granularen* Größen also insbesondere auch für quantenmechanische Vorgänge, z.B. durch die Quantisierung des Lichts.

### 2.1.3 Funkelrauschen

Funkelrauschen kann verschiedene Ursachen haben (siehe entsprechende Literatur). Aufgrund des Frequenzverlaufs des Rauschleistungsspektrum,  $\propto 1/f$ , wird es auch  $1/f$ -Rauschen genannt.

### 2.1.4 Weitere Rauschquellen

Weitere Störungen, die oftmals (fälschlicherweise) ebenfalls als Rauschen bezeichnet werden, sind z.B. der Netzbrumm oder (periodisch Wechselnde) externe Felder. Da es sich hierbei oft um periodische Vorgänge z.B. Einstreuung von Radiosignalen in Messinstrumente oder Aufbauten, oder durch periodische Modulation des Stromes in Schaltnetzteilen, akustische Störungen durch Vibrationen aufgrund drehender Maschinen oder auch Lüfter und Ähnliches handelt, unterscheiden sich die spektralen Eigenschaften solcher Störungen oft deutlich von anderen „echten“ Rauschquellen und sie sind oft mit anderen Mitteln (z.B. elektromagnetische oder mechanische Abschirmung, *Notch-Filter* o.ä.) effektiv bekämpfbar, können aufgrund der Vielzahl der möglichen Quellen und vorkommenden Frequenzen aber in der Summe ähnliche Auswirkung auf Messungen haben. Siehe z.B. Kap. 7 in [2] und Kap. 9 in [4].

## 2.2 Charakteristische Größen

Als Maß für das Rauschen eines Signals definiert man das *Signal-zu-Rausch-Verhältnis SNR* als das Verhältnis der *Signalleistung* zur *Rauschleistung*. Wird ein Signal mit einem  $SNR_e$  an den Eingang eines beliebigen Systems gegeben, so wird die *Rauschzahl*,  $F$ , definiert durch das Verhältnis aus dem  $SNR_e$  am Eingang und  $SNR_a$  am Ausgang:

$$F = \frac{SNR_a}{SNR_e} \geq 1 \quad (2.2)$$

Das heißt, das heißt außer im Falle geeigneter Filter, wird das Signal zu Rauschen Verhältnis durch das Eigenrauschen des betrachteten Systems stets verschlechtert, bzw. bleibt bestenfalls gleich. Dabei wird  $F$  oft in dB angegeben:

$$F_{dB} = 10 \log F$$

Siehe z.B. Kap. 7.23-7.25 und 15.12-15.17 in [2].

## 2.3 Lock-In-Prinzip

Lock-In-Verstärker werden zur Rauschunterdrückung bei periodischen Signalen eingesetzt. Einfache Bandpassfilter, wie sie in V8 realisiert wurden, können Bandbreiten von ca.  $\Delta f=100$  Hz bei einer Frequenz von  $f=10$  kHz erreichen (*Gütefaktor*  $Q_{max} = f/\Delta f \approx 100$ ). (Erinnern Sie sich an die Schwierigkeiten dabei, eine hohe Güte bei der Entdämpfung zu erreichen und wie Empfindlich die Filterparameter auf leicht geänderte Bedingungen, z.B. kleine Änderung des Widerstandsnetzwerkes für die Rückkopplung reagiert hat. Dies macht höhere Güten bei gleichzeitig gesicherter Linearität zwischen Eingangs- und Ausgangssignal, die für sinnvolle quantitative Messungen nötig ist, praktisch unmöglich.)

Lock-In-Verstärker überwinden diese Problematik und können bei derselben Frequenz eine Bandbreite von 0,01 Hz erreichen und liefern so ein wesentlich besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Die Idee der Lock-In-Verstärkung ist es, mit Hilfe eines Referenzsignals bestimmte Frequenzanteile

aus dem Eingangssignal zu extrahieren. Diese Filterfrequenz ist fest auf die Frequenz des Referenzsignals eingestellt (daher der Name "lock-in").

### 2.3.1 Theorie

Im Folgenden wird das Prinzip der Lock-In-Verstärkung für den idealen Fall erläutert und anschließend für realistische Anwendungen erweitert. Das Eingangssignal sei periodisch mit einer Frequenz  $\omega_s$  und einer Amplitude  $A_s$ , während das Rauschen ein kontinuierliches Spektrum im Frequenzraum bildet. Das gesamte Signal,  $f(t)$ , kann damit als Integral geschrieben werden:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) \cdot e^{-i\omega t + \phi} d\omega$$

wobei  $a(\omega)$  die Fourierkoeffizienten sind. Diese lassen sich durch eine inverse Fouriertransformation bestimmen. Eine zum Eingangssignal proportionale Amplitude,  $a(\omega_s)$ , kann also folgendermaßen herausgefiltert werden:

$$a(\omega_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega_s t - \phi} dt$$

Im Lock-In-Verstärker wird diese Transformation dadurch realisiert, dass das Gesamtsignal mit einem Referenzsignal multipliziert und das Produkt anschließend integriert wird. Nimmt man ein sinusförmiges Referenzsignal,  $R(t)$ , mit einer Frequenz  $\omega_r$  und einer Amplitude  $A_r$  an, so ergibt die Multiplikation mit dem Eingangssignal

$$R(t) \cdot s(t) = A_r A_s \cdot \sin(\omega_r t + \phi_r) \cdot \sin(\omega_s t + \phi_s) \quad (2.3)$$

$$= -\frac{1}{2} A_r \cdot A_s \cdot [\cos((\omega_r + \omega_s)t + (\phi_r + \phi_s)) - \cos((\omega_r - \omega_s)t + (\phi_r - \phi_s))] \quad (2.4)$$

$$= -\frac{1}{2} A_r \cdot A_s \cdot [\cos(\omega^+ t + (\phi_r + \phi_s)) - \cos(\omega^- t + \Delta\phi)] \quad (2.5)$$

wobei  $\phi_r$  und  $\phi_s$  die Phasen des Referenz- und des Eingangssignals sind. Die Summen- und Differenzfrequenzen sind  $\omega^+ = \omega_r + \omega_s$ ,  $\omega^- = \omega_r - \omega_s$  und  $\Delta\phi = \phi_r - \phi_s$  die relative Phase zwischen Referenz und Signal.

Neben dem Originalsignal werden auch die Frequenzkomponenten des Rauschens multipliziert. Alle Frequenzen in der Nähe der zu filternden Frequenz werden auf einen Bereich um Null ( $\omega_r - \omega_s$ ) herabgemischt. Durch einen Tiefpass (Integrator) werden Frequenzen oberhalb der Knickfrequenz effektiv abgeschnitten. Ein idealer Tiefpass würde nur den Gleichspannungsanteil durchlassen, d.h. nur den Signalanteil mit exakt der Frequenz  $\omega_s = \omega_r$ . Am Ausgang des Lock-In-Verstärkers liegt also eine Gleichspannung an, welche proportional zur Amplitude des Eingangssignals ist. Durch die Wahl der Phase  $\Delta\phi = 0$  kann das Signal maximiert werden.

Oft wird als Referenzsignal kein reiner Sinus verwendet, sondern ein periodisches Rechtecksignal. Dieses kann nach der Frequenz des Signals entwickelt werden:

$$R(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \cos(\omega_r t + \phi_r) - \frac{1}{3} \cos 3(\omega_r t + \phi_r) + \frac{1}{5} \cos 5(\omega_r t + \phi_r) - \dots \right] \quad (2.6)$$

Die höheren Harmonischen sind durch die Entwicklungskoeffizienten der Reihe und den Tiefpassfilter unterdrückt, so dass die Näherung gültig ist.

### 2.3.2 Praktische Überlegungen

Der prinzipielle Aufbau eines Lock-In-Verstärkers ist in Abb. 1 gezeigt. Das (meist kleine) Eingangssignal wird verstärkt und an einen Schalter gelegt. Das Signal wird durch ein periodisches,

rechteckförmige Referenzsignal entweder durchgelassen (Schalter geschlossen) oder nicht (Schalter offen). Dies entspricht einer Multiplikation der beiden Signale. Sind die Frequenzen des Eingangssignals und des Referenzsignals gleich, so ist das Ausgangssignal ein gleichgerichtetes Sinussignal. Dieses wird anschließend durch einen Tiefpass geglättet. Die Bandbreite des Filters wird durch die Zeitkonstante,  $\tau$ , bestimmt. Es gilt:

$$B = \frac{1}{4\tau}. \quad (2.7)$$

Somit ergibt sich für z.B.  $\tau = 2.5$  s eine Bandbreite von  $B = 0.1$  Hz.

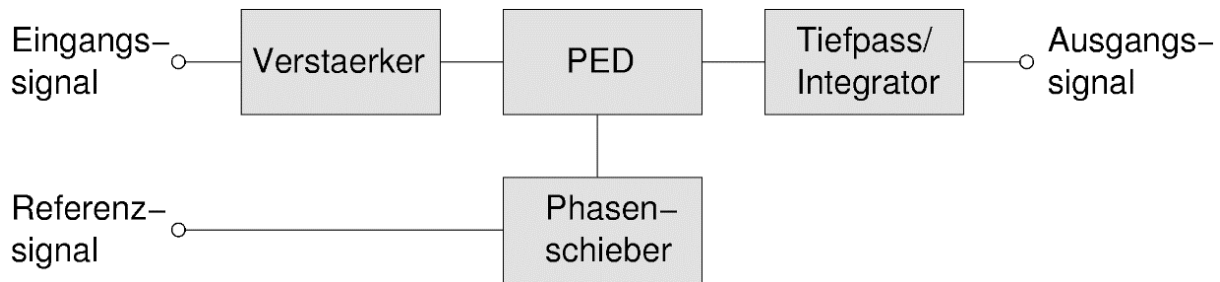


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau eines Lock-In-Verstärkers.

Siehe z.B. Kap. 15.15 in [2] und Kap. 9.5.2 in [4].

## 3 Versuchsablauf

### 3.1 Signalmittelung und Fourieranalyse

In diesem Versuchsteil soll ein mit Rauschen unterlegtes Signal in seine Fourierkomponenten zerlegt werden. Durch Mittelung über viele Perioden soll das Signal-zu-Rausch Verhältnis verbessert werden.

Geräte: Oszilloskop, Funktionsgenerator.

Durchführung:

1. Schließen Sie den Ausgang des Funktionsgenerators an das Oszilloskop an. Wählen Sie eine einfache Sinusfunktion mit einer Frequenz von 1 kHz und einer Amplitude von 1 V.
2. Betrachten Sie das Fourierspektrum des Signals. Dies können Sie auf dem Oszilloskop machen, indem Sie im Menü "Math" die Funktion "FFT" wählen. Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen.
3. Da es sich bei dem Eingangssignal um ein periodisches Signal handelt, kann das Rauschen durch Mittelung über einige Perioden vermindert werden. Betrachten Sie das Signal im Zeit- wie im Frequenzraum und beschreiben Sie den Einfluss des Rauschens als Funktion der Anzahl der Mittelungen. Wählen Sie dazu im Menü "Acquire" die Funktion "Average".
4. Wählen Sie verschiedene Signalformen und betrachten Sie die Fourierspektren. Vergleichen Sie sie mit den berechneten.

### 3.2 Lock-In Verstärker

In diesem Versuchsteil soll ein Lock-In-Verstärker aufgebaut werden. Eine Übersicht des Versuchsaufbaus ist in Abb. 1 gezeigt. Als Eingangssignal dient der Ausgang einer Fotodiode, welche periodische Signale von einer LED empfängt. Diese wird über einen Funktionsgenerator angesteuert. Als Rauschquelle dient das diffuse Tageslicht bzw. eine einfache Lampe in der Nähe der Fotodiode. Über den Inverter wird sowohl das einfache Eingangssignal, sowie ein invertiertes Signal erzeugt.

Beide werden auf die Eingänge zweier Schalter gelegt. Diese werden durch das Referenzsignal gesteuert: Als Referenzsignal dient hier der Ausgang des Funktionsgenerators, welcher auch die LED ansteuert. Das Signal wird zuerst phasenverschoben.

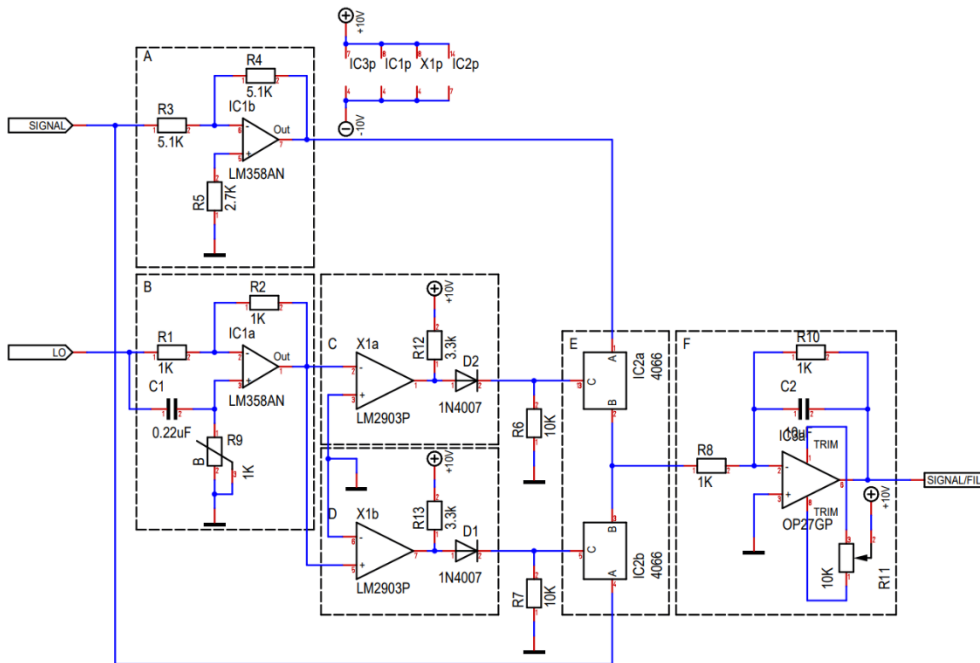


Abbildung 2: Schaltung des Lock-In-Verstärkers.

Von dort wird das Signal auf einen Diskriminator gegeben. Das Signal wird geteilt und in zwei um 180° phasenverschobene Rechtecksignale umgewandelt. Die beiden Ausgänge des Diskriminators schalten dann die beiden Schalter der Eingangssignale. Das Signal am Ausgang des Schalters wird anschließend integriert. Die vollständige Schaltung ist in Abb. 2 gezeigt.

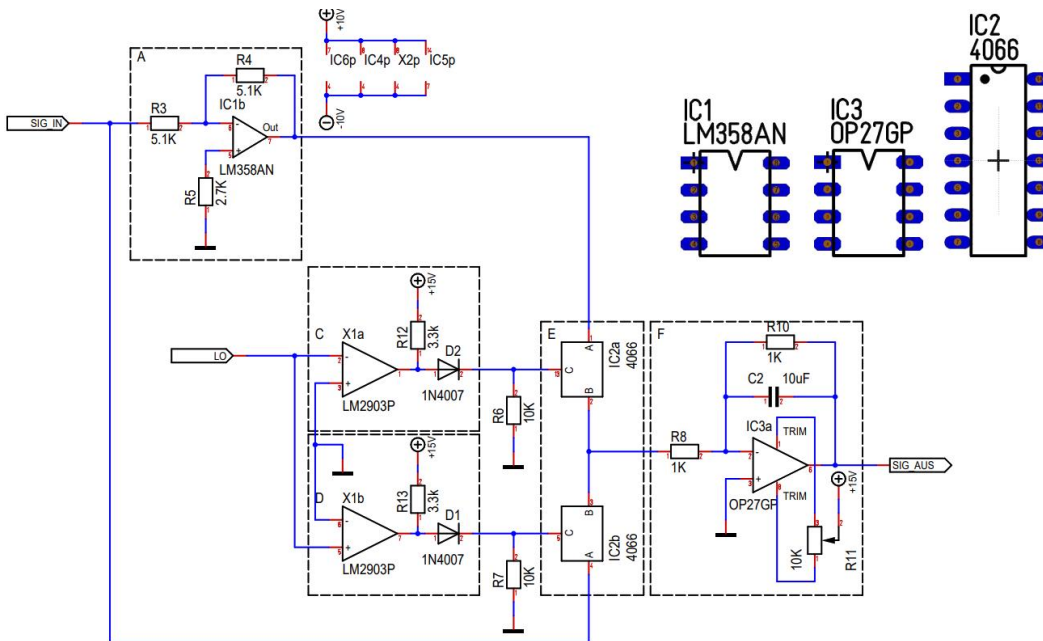


Abbildung 3: Schaltung des Lock-In-Verstärkers ohne Phasenschieber mit Pinbelegung der verwendeten ICs.

Der Phasenschieber (B) ist v.a. dann nötig, wenn z.B. durch Laufzeiteffekte oder die Trägheit der in die Messung involvierten Komponenten signifikante Verzögerungen zwischen Signal und Referenz auftreten. Das Maß hierfür ist stets die verwendete Modulationsfrequenz  $f_r = \omega_r/2\pi$ . Solange die

erwähnten Verzögerungen viel kleiner sind als die inverse Modulationsfrequenz, ist der Phasenschieber nicht zwingend notwendig. Da wir im weiteren Verlauf bei im Vergleich zu den inversen Reaktionszeiten unserer Signalquelle und Signallaufzeiten durch Leitungen, Verstärker und Gatter einer kleinen Modulationsfrequenz von ca. 1 kHz arbeiten werden, bauen wir Lock-In Verstärker zunächst, wie in Abb. 3 dargestellt, ohne den Phasenschieber (B) auf. Dieser kann später ergänzt und seine Wirkungsweise untersucht werden (Platz für einen Operationsverstärker mit Rückkopplungsnetzwerk wie in Abb. 2 vorsehen).

Um Ihnen etwas Arbeit abzunehmen, haben wir bereits eine störungsbehaftete Signalquelle gebaut. Der Schaltplan des kleinen Steckmoduls ist in Abb. 4 zu sehen:

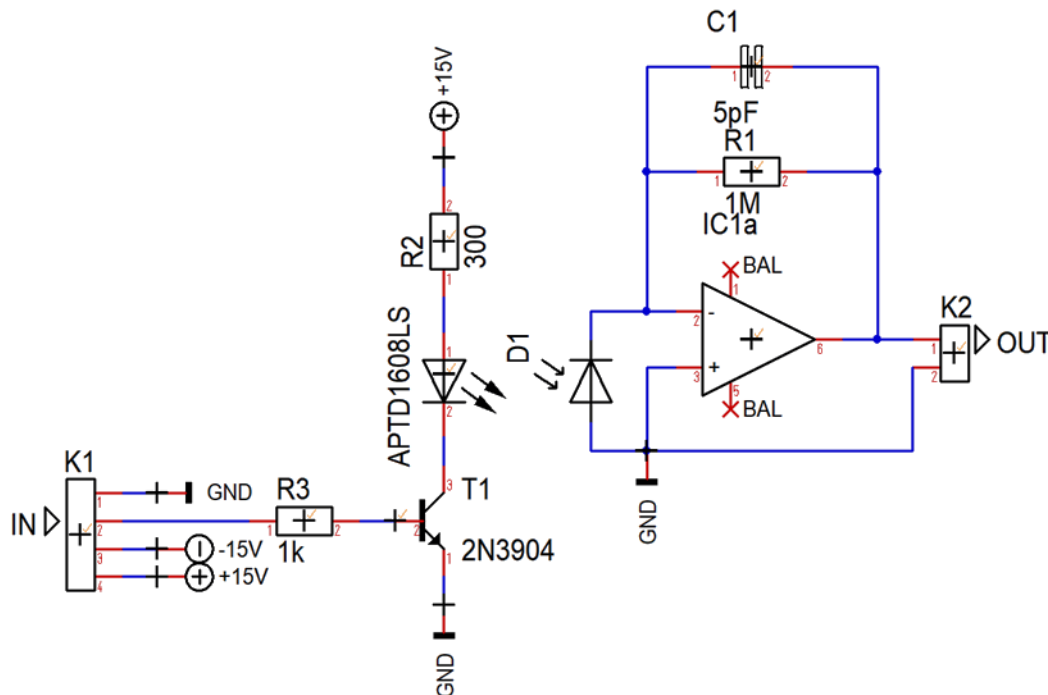


Abbildung 4: Schaltung Signalquelle.

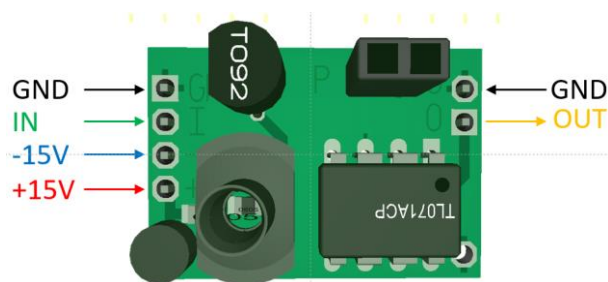


Abbildung 5: Steckmodul

Es besteht aus einer in einen Lichtleiter eingekoppelten Leuchtdiode, die über einen Transistor (T1) angesteuert und somit durch ein beliebiges kleines Signal am Eingang IN moduliert werden kann, sowie einem Photodetektor bestehend aus einem Transimpedanzverstärker (IC1) mit einer Transimpedanz von 1 MΩ und einer Photodiode (D1). Das Signal kann am Stecksockel K2 am pin mit der Bezeichnung OUT abgegriffen werden. Die Spannungsversorgung des Operationsverstärkers Typ TL071 wurde der Einfachheit halber in der Grafik weggelassen. Das Modul muss mit +/- 10 V oder +/- 15 V an den so bezeichneten Pins versorgt werden.

Die Störbeiträge des Ausgangssignals kommen hierbei hauptsächlich durch die Hintergrundbeleuchtung (Zimmerlicht), sowie aus dem Eigenrauschen von Photodiode

(*Dunkelstrom*), Verstärker (*Datenblatt TL071!*), und Gegenkopplungswiderstand (Johnson Rauschen). Durch den Lichtleiter kann das Licht der LED mehr oder weniger nah an die Photodiode gebracht, und somit die Lichtintensität auf dieser variiert werden.

Abb.5 zeigt das Steckmodul mit dem Photodetektor als Signalquelle für unser Experiment mit Signaleingang und Spannungsversorgung auf der linken, sowie Signalausgang auf der rechten Seite. Die Photodiode befindet sich im Stecksockelobens rechts, der Lichtleiter wird in der Fassung unten links eingesetzt. Darunter befindet sich die kleine Chip-LED. **Bitte gehen Sie mit den Modulen sorgsam um und achten Sie vor allem auf korrekte Beschaltung der Pins auf der linken Seite der Platine!**

## VERSUCH 1: Lichtmessung unter Umgebungsbedingungen

Überzeugen Sie sich zunächst vom schlechten Signal zu Rauschen Verhältnis der Signalquelle, indem Sie das Steckmodul (Abb. 5) mit Spannung versorgen und den Eingang z.B. mit einem langsamen Signal (ca. 5V Amplitude, ca. 1 Hz) und das Ausgangssignal des Moduls auf dem Oszilloskop verfolgen. Variieren Sie Abstand zwischen Lichtleiter und Photodiode, Beschattung der Photodiode gegenüber dem Umgebungslicht und Frequenz des Modulationssignals, um einen qualitativen Eindruck von der Beschaffenheit des Signals zu bekommen. In welchem Abstand, bei wieviel Umgebungslicht können Sie dem Oszilloskop Signal noch einwandfrei ansehen, ob die LED gerade leuchtet oder nicht? Ist damit eine sinnvolle quantitative Messung möglich?

## VERSUCH 2: Lock-In Verstärker

Durchführung:

1. Bauen Sie zunächst der **Reihe nach** die funktionalen Teilschaltungen "optischer Signalgenerator", "Invertierer" (A), "Diskriminator" (C+D+E) und "Integrator" (F) auf. Testen Sie **zwischen allen Schritten** die Funktionsfähigkeit der Teilschaltungen! Stimmen die Signale am Ausgang der jeweiligen Schaltung mit dem erwarteten Verhalten überein? Sehen Sie beim Aufbau Platz für den späteren Einbau des "Phasenschiebers" (B) vor. Da der IC CD4066 nur eine maximale Spannungsdifferenz von 22 V zwischen dem positiven und negativen Versorgungseingang erlaubt, benutzen Sie bitte statt der internen Versorgung des Experimentierpultes die beiden Ausgänge des TTI Netzteils, die Sie jeweils auf 10 V und 100 mA programmieren. Wie müssen die Ausgänge mit einander verbunden werden? Alle anderen verwendeten ICs können ebenfalls mit diesen Spannungen betrieben werden, d.h. die Spannungsausgänge des Experimentierpults bleiben ungenutzt.
2. integrieren Sie die optische Signalquelle in die Schaltung und verbinden Sie deren Signaleingang mit demselben Signaleingang wie den LO Eingang des Lock-In Verstärkers. Verwenden Sie den Ausgang der Quelle als Eingang für den Lock-In Verstärker.
3. Legen Sie ein Signal an den Eingang der Signalquelle und Beleuchten Sie den Photodetektor.
4. Betrachten, Messen (z.B. Screenshot des Oszilloskop Monitors auf USB Stick oder mit LabView) und vergleichen Sie die Signale an verschiedenen Punkten der Schaltung. (z.B. Eingang+Ausgang von Block (A), Ausgänge von Block (C) und (D), Ausgang von Block (E) usw.). Triggern Sie dabei das Oszilloskop stets extern auf den synchronen Trigger Ausgang des Frequenzgenerators. Erklären Sie anhand der Messungen die Funktionsweise der jeweiligen funktionalen Blöcke.
5. Beobachten Sie den Ausgang des Lock-In Verstärkers und beschatten Sie die optische Signalquelle oder legen Sie ihn in eine undurchsichtige Behausung. Wiederholen Sie die Messung ohne die Abdeckung. Wie wirkt sich das Streulicht nun auf die Amplitude aus?



6. Variieren Sie die Frequenz des Referenzsignals und beschreiben Sie die Abhängigkeit der Amplitude von der Frequenz. Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar.
7. Variieren Sie die Zeitkonstante des Integrators und betrachten Sie die Ausgangsspannung. Stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar.
8. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit einem einfachen Bandpass aus Versuch V8.
9. Bauen Sie nun den Phasenschieber (B) auf.
10. Legen Sie zunächst statt des Ausgangssignals der optischen Signalquelle direkt das Modulationssignal an den Signaleingang des Verstärkers. Messen Sie die Amplitude des Ausgangssignals unter ansonsten konstanten Bedingungen, variieren Sie dabei die Phase und stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar. (Die Phase lässt sich feststellen, indem Sie das Eingangssignal und das phasenverschobene Signal nach Teilschaltung (B) gleichzeitig auf dem Oszilloskop darstellen.)

## Literatur

- [1] E. Hering, K. Bressler, J. Gutekunst, *Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, 5., aktualisierte Auflage, Springer, 2005.
- [2] P. Horowitz, W. Hill, *The Art of Electronics*, 2. Auflage, Cambridge University Press, 1997.
- [3] U. Tietze, C. Schenk, *Halbleiterschaltungstechnik*, 12. Auflage, Springer, 2002.
- [4] H. Hinsch, *Elektronik*, Springer, 1996.
- [5] S. Goýner, *Grundlagen der Elektronik*, 6., überarbeitete Auflage, Shaker, 2006.
- [6] K. Beuth, O. Beuth, *Elementare Elektronik*, 7., überarbeitete Auflage, Vogel, 2003